



Universidade do Porto

FEUP Faculdade de Engenharia

MESTRADO EM ENGENHARIA DE MINAS E GEOAMBIENTE

Modelo para otimização de moinho de bolas

Ana Raquel Bessa dos Prazeres e Silva

Dissertação submetida para obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA DE MINAS E GEOAMBIENTE

Presidente do Júri: Professor José Manuel Soutelo Soeiro de Carvalho

(Professor do Departamento de Engenharia de Minas e Geoambiente da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto)

Orientador académico: Professora Aurora Magalhães Futuro da Silva

(Professora do Departamento de Engenharia de Minas e Geoambiente da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto)

Vogal: Professor Mário Rui Machado (Professor Catedrático do Departamento de Engenharia de Minas e Geoambiente da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto)

Porto, Novembro de 2014

MESTRADO EM ENGENHARIA DE MINAS E GEOAMBIENTE 2014/2015

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

Correio eletrónico: feup@fe.up.pt

Endereço eletrónico: <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a Mestrado em Engenharia de Minas e Geoambiente – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2013.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Aos meus Pais e Irmão

“Tudo Parece impossível até que seja feito”

Nelson Mandela

AGRADECIMENTOS

A realização e conclusão desta dissertação nunca teria sido possível sem o apoio dos familiares, amigos e professores, por isso, não poderia deixar de mencionar todos os que contribuíram para a execução deste trabalho.

Um agradecimento especial à minha orientadora, Professora Aurora Futuro e Coorientador, Professor Mário Rui Machado Leite pela disponibilidade que tiveram sempre que necessário e a ajuda prestada no ensaio realizado para o desenvolvimento deste trabalho.

À Professora Cristina Vila pela ajuda com a linguagem Matlab, ao Professor José Soeiro pelo apoio com o método Levenberg-Marquardt e ao Professor José Guedes pelo material cedido da Pedreira da Madalena necessário para o ensaio a executar.

Um enorme agradecimento aos meus amigos Eng. Bruno Costa e Miguel Mendanha pelo auxílio dado sempre que foi essencial, ao Eng. Francisco Leite e José Pedro Gomes pelo apoio incondicional dedicado.

Ao Eng. João Araújo pela cooperação na tentativa de implementação do método Levenberg-Marquardt diretamente do Matlab.

E por ultimo, aqueles que sem eles todo o meu percurso académico não teria sido realizável, aos meus pais, irmão e Miguel Ribeiro.

RESUMO

O tratamento de minérios vem na sua grande maioria de conhecimento empírico, no entanto com a evolução das oficinas de minério foi indispensável o conhecimento teórico das leis fundamentais que as regem. Desenvolveram-se, portanto, inúmeros trabalhos nas várias áreas de processamento tendo havido um grande aperfeiçoamento nesta área.

Este trabalho enquadra-se neste tipo de estudo por pretender dar uma pequena contribuição nesta área.

Este contributo é possível com a criação de um programa de previsão de moagem para um moinho de bolas e, circuito fechado. Isto é, sabendo a composição granulométrica do material da alimentação ao circuito e o tempo que o material se encontra sujeito às ações de fragmentação, prevê-se a composição granulométrica final do circuito de moagem em circuito fechado.

Para que tal fosse possível foram necessárias as seguintes etapas:

- Ensaio experimental em circuito aberto;
- Ajuste do modelo em circuito aberto;
- Ensaio experimental em circuito fechado;
- Análise da aderência dos dados simulados aos dados experimentais.

Antes de se realizar as etapas acima mencionadas foi necessário uma abordagem da teoria que explica os processos de cominuição e os modelos que a caracterizam. Assim, temos uma breve introdução teórica, onde se poderá estudar os princípios da cominuição, as diferentes leis granulométricas, as diferenças entre os diferentes equipamentos de fragmentação e ainda a equação que caracteriza a moagem, moagem batch (regime descontinuo e regime continuo).

Relativamente ao ensaio experimental em circuito aberto, este foi executado com o objetivo de se obter o regime permanente do circuito, o tempo médio que o material fica sujeito às ações de fragmentação e a composição granulométrica final.

No que diz respeito ao segundo ponto, acima mencionado, o ajuste do modelo em circuito aberto, pretende ajustar os parâmetros cinéticos que caracterizam o moinho (P_a , P_k , m_1 e m_2). Para isso, é necessário a escrita do algoritmo em excel, correspondente à moagem em circuito aberto e a utilização da função solver com o propósito de se alcançar os melhores parâmetros cinéticos do moinho.

Após este ajuste, realizou-se então o ensaio experimental em circuito fechado, que tem como intenção a obtenção de amostras dos três diferentes ramos do circuito, descarga do moinho, overflow e underflow. Para além da recolha destas amostras, estas foram tratadas por dois métodos distintos (segundo Tesut e reconciliação de dados) para a verificação do equilíbrio do circuito, corroborando-se mutuamente.

De seguida, foi então necessário proceder-se à análise do algoritmo de circuito fechado de moagem. Esta análise pretende demonstrar que o algoritmo corresponde à realidade, ou seja, alterando um determinado parâmetro de entrada, ele deverá responder como um verdadeiro circuito fechado de moagem. Deverá então, analisar-se a aderência dos dados simulados aos dados experimentais, ou seja, deverá comparar-se o produto final simulado (obtidos com as mesmas condições de moagem) com o produto final experimental e analisar se o ajuste é bem sucedidos.

ABSTRACT

The ore treatment comes mostly from empirical knowledge, but with the evolution of the treatment plants, theoretical knowledge of the fundamental laws that rule them has been essential. So, innumerable papers in various areas of treatment have been developed, and there have been major improvements in the ore treatment area.

This paper is part of this type of study by claiming to give a small contribution in this area. This contribute is possible thanks to the creation of a grinding program for forecasting a ball mill, and closed circuit. That is, knowing the particle size composition of the feed material to the circuit and the time that the material is subject to fragmentation action, it is expected the particle size of the final composition in a closed grinding circuit.

To make this possible the following steps are necessary:

- Experimental testing on open circuit;
- Model Set in open circuit;
- Experimental test in a closed circuit;
- Tack Analysis of simulated data to the experimental data.

Before performing the above steps one theory approach was needed, which explains the comminution process and the models that characterize it. Thus, we have a theoretical introduction that allows us to study the principles of comminution, the different granulometric laws, the differences between the different fragmentation equipment and also featuring the equation milling, grinding batch (batch system and continuous system).

For the experimental trial in open circuit, it was implemented in order to obtain the circuit steady state, the average time that the material is subject to the fragmentation actions and the end particle size.

Regarding the second point, above, by setting the open loop model we pretend to adjust the kinetic parameters characterizing the mill (P_a , P_k , m_1 and m_2). For this, the algorithm written in Excel is necessary, corresponding to the open circuit grinding using the solver function in order to achieve the best kinetic parameters of the mill.

After this adjustment, it was then realized an experimental test loop, which is intended to obtain samples of three different branches of the circuit, the mill discharge, overflow and underflow. Besides the collection of these samples, they were treated by two different methods (according Tesut and data reconciliation) for circuit balance check if corroborating each other.

Then, it was necessary to analyze the closed grinding circuit algorithm. This analysis aims to demonstrate that the algorithm corresponds to reality, this being, by changing a given input parameter, it must respond like a true closed-circuit grinding. Then, an analysis of the adherence of simulated data

to the experimental data should be made, ie it must compare the simulated final product (obtained with the same milling conditions) with the experimental final product and analyze the fit is successful

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	II
RESUMO	IV
ABSTRACT.....	VI
ÍNDICE	VIII
ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES	XI
ÍNDICE TABELAS.....	XII
ÍNDICE GRÁFICOS	XIII
I.	1
INTRODUÇÃO	1
I.1 OBJECTIVO DO TRABALHO	3
I.2 ESTRUTURA DO ESTUDO.....	4
II.	5
ENQUADRAMENTO TEÓRICO	5
II.1 FRAGMENTAÇÃO COMO PROCESSO DE REDUÇÃO DE CALIBRES	7
II.1.1 PRINCÍPIOS DA COMINUIÇÃO.....	7
II.2 COMPOSIÇÃO GRANULOMÉTRICA COMO DESCRITOR DO ESTADO DE CALIBRE DE UM DADO MATERIAL	8
II.3 LEIS GRANULOMÉTRICAS	9
II.3.1 FUNÇÃO SCHUMANN-GAUDIN.....	10
II.3.2 FUNÇÃO ROSIN-RAMMLER	10
II.3.3 LEI DE HARRIS.....	11
II.4 DIFERENÇA ENTRE BRITADORES, GRANULADORES E MOINHOS DE TAMBOR	11
II.4.1 MOINHO DE TAMBOR	12
II.4.2 MOINHO DE BOLAS.....	12
II.5 FRAGMENTAÇÃO COMO PROCESSO CINÉTICO	13
II.5.1 MOAGEM BATCH – REGIME DESCONTINUO.....	13
III.....	21
CONSTRUÇÃO DO MODELO – CIRCUITO ABERTO	21
III.1 REGIME CONTÍNUO NUM MOINHO DE TAMBOR.....	23
III.2 PARÂMETROS DA CINÉTICA.....	23
III.3 CONDENSAÇÃO DOS PARÂMETROS CINÉTICOS	24
III.3.1 CÁLCULO DA MATRIZ DESTRUIÇÃO, S_i	24
III.3.2 CÁLCULO DA MATRIZ FORMAÇÃO, $B_{i,j}$	25
III.4 COMO MEDIR O TEMPO DE RESIDÊNCIA EXPERIMENTAL – PROPOSTA	26

IV.....	28
ENSAIO EXPERIMENTAL – CIRCUITO ABERTO	29
IV.1 OBJETIVOS	31
IV.2 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL.....	31
IV.3 AMOSTRA SELECIONADA E PREPARAÇÃO PRÉVIA.....	33
IV.4 ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL.....	36
IV.4.1 DETERMINAÇÃO DO CAUDAL DE ALIMENTAÇÃO.....	36
IV.4.2 DETERMINAÇÃO DA CARGA MOENTE.....	36
IV.5 PLANEAMENTO DA AMOSTRAGEM	41
IV.6 REALIZAÇÃO DO ENSAIO	41
IV.6.1 VOLUME ÚTIL DO MOINHO.....	42
IV.6.2 REGIME PERMANENTE	43
IV.7 DETERMINAÇÃO DO TEMPO DE RESIDÊNCIA	43
IV.8 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	44
IV.8.1 BALDE NÚMERO 15	44
IV.8.2 BALDE NÚMERO 16	45
IV.8.3 BALDE NÚMERO 17	46
V.....	48
AJUSTE DO MODELO	49
V.1 ESTRATÉGIA PARA A RECUPERAÇÃO DOS PARÂMETROS.....	51
V.2 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO LEVENBERG-MARQUARDT	51
V.3 DADOS UTILIZADOS PARA O AJUSTES DO MODELO	52
V.4 AJUSTE DOS PARÂMETROS CINÉTICOS.....	53
V.4.1 RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO O LEVENBERG-MARQUARDT	53
V.4.2 RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO O SOLVER	54
VI.....	56
ENSAIO EXPERIMENTAL – CIRCUITO FECHADO	57
VI.1 OBJETIVOS	59
VI.2 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL.....	59
VI.3 PLANEAMENTO DA AMOSTRAGEM	60
VI.3.1 CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO, SEGUNDO TESTUT	62
VI.3.2 RECONCILIAÇÃO DE DADOS	63
VI.4 ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL	68
VI.5 REALIZAÇÃO DO ENSAIO	68
VI.5.1 ESTUDO DAS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO DO CIRCUITO:.....	69
VI.6 TRATAMENTO DE DADOS RECOLHIDOS.....	70
VI.6.1 CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO, SEGUNDO TESTUT	70
VI.6.2 RECONCILIAÇÃO DE DADOS	71

VII.	74
SIMULAÇÃO DO CIRCUITO FECHADO DE MOAGEM	75
VII.1 ALGORITMO DE SIMULAÇÃO DO CIRCUITO FECHADO	77
VII.1.1 ESTRATÉGIA DE CÁLCULO	77
VII.1.2 CURVAS DE PARTIÇÃO UTILIZADAS	78
VII.2 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA SOBRE O COMPORTAMENTO DO MODELO	81
VII.2.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS PARA UM CALIBRE DE CORTE DE 0,2 MM	81
VII.2.2 INFLUENCIA DA VARIAÇÃO DA CARGA MOENTE, PA	86
VII.2.3 ANÁLISE PARA DIFERENTES CALIBRES DE CORTE	89
VII.3 APRECIÇÃO DA ADERÊNCIA DO MODELO AOS DADOS EXPERIMENTAIS	93
VII.3.1 COMPARAÇÃO DO PRODUTO FINAL EXPERIMENTAL VS PRODUTO FINAL SIMULADO	94
VIII.	96
CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS	97
VIII.1 PRESPECTIVAS FUTURAS	100
IX.	101
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101
X.	104
ANEXOS	105
ANEXO 1 – SUB-ROTINA, CIRCUITO FECHADO	107

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1. Fluxograma do método de integração numérica.	15
Ilustração 2. Boca do silo e bolo de material. (LNEG)	31
Ilustração 3. Tela transportadora. (LNEG)	32
Ilustração 4. Moinho de bolas. (LNEG)	32
Ilustração 5. Imagem em 3D do moinho com as suas dimensões em escala real. Utilização o software GoggleSketchup.....	37
Ilustração 6. Imagem representativa do moinho com as bolas (grandes e pequenas) e as diversas secções.....	38
Ilustração 7. Bolas utilizadas no ensaio realizado. (LNEG)	40
Ilustração 8. Classificador Akins. (LNEG).....	59
Ilustração 9. Esquema do circuito fechado.	60
Ilustração 10. Gráficos representativos das diferentes cargas circulantes.....	62
Ilustração 11. Esquema do circuito e o calculo utilizado.....	77

ÍNDICE TABELAS

Tabela 1. Composição granulométrica do material proveniente da Pedreira da madalena.	33
Tabela 2. Composição granulométrica do material selecionado para a alimentação do moinho.	34
Tabela 3. Pesos das amostras retiradas minuto a minuto, durante 19 minutos.	42
Tabela 5. Distribuição granulométrica do material proveniente do balde nº15, correspondente aos 17min.	44
Tabela 6. Distribuição granulométrica do material proveniente do balde nº16, correspondente aos 18min.	45
Tabela 7. Distribuição granulométrica do material proveniente do balde nº17, correspondente aos 19min.	46
Tabela 8. Comparação da quantidade de material presente em diferentes amostras (balde nº16 e nº17) para o mesmo calibre (0,2125mm).	47
Tabela 9. Dados utilizados para o ajuste do modelo.	52
Tabela 10. Ajuste dos parâmetros cinéticos, partindo de diferentes combinações de parâmetros iniciais, utilizando o método de ajustamento do Levenberg-Marquardt.	53
Tabela 11. Ajuste dos parâmetros cinéticos, partindo de diferentes combinações de parâmetros iniciais, utilizando o função solver do Excel.	54
Tabela 12. Resultados da colheita de amostra correspondente aos 5 minutos.	69
Tabela 13. Cálculo da Carga Circulante ao fim de 5 minutos.	70
Tabela 14. Cálculo do Rendimento ponderal (α^*) e Carga circulante (CC).	71
Tabela 15. Reconciliação dos dados da amostra retirada ao fim de 5 minutos.	72
Tabela 16. Curvas de partição de calibres de forte de 0,2mm, 0,150mm e de 0,105mm.	79
Tabela 17. Variação da carga circulante e tempo de residência variando o caudal de alimentação.	82
Tabela 18. Consequências da variação do caudal de alimentação na produção de material fino.	83
Tabela 19. Variação do caudal de retorno como consequência da variação do caudal de alimentação.	84
Tabela 20. Resultados da carga circulante (CC), tempo de residência (Tr), e quantidade de finos, mantendo o mesmo caudal de alimentação ao circuito fechado e variando o parâmetro Pa.	87
Tabela 21. Comparação das diferentes cargas circulantes para diferentes caudais de alimentação e calibres de corte.	89
Tabela 22. Comparação da quantidade de finos para diferentes calibres de corte.	90
Tabela 23. Histogramas e Cumulantes para diferentes calibres de corte e cargas circulantes semelhantes.	91
Tabela 24. Dados utilizados para o cálculo do Produto final Simulado para comparação com o Produto Final Experimental.	94
Tabela 25. Produto Final Experimental VS Produto Final Simulado.	95

ÍNDICE GRÁFICOS

Gráfico 1. Material proveniente da Pedreira da Madalena previamente seco.	34
Gráfico 2. Material selecionado para a alimentação ao moinho.	35
Gráfico 3. Visualização da formação do patamar correspondente ao regime permanente.	42
Gráfico 4. Histograma do balde nº15 correspondente aos 17 minutos.	44
Gráfico 5. Histograma do balde nº16 correspondente aos 18 minutos.	45
Gráfico 6. Histograma do balde nº17 correspondente aos 19 minutos.	46
Gráfico 7. Ajustamento do Produto final simulado (Excel) ao Produto final experimental.	55
Gráfico 8. Representação gráfica da carga circulante ao fim de 5 minutos.	70
Gráfico 9. Representação gráfica da curva de partição real.	73
Gráfico 10. Comparação da curva de partição ideal com a curva de partição calculada pela equação de Lynch para um calibre de corte de 0,2mm.	79
Gráfico 11. Comparação da curva de partição ideal com a curva de partição calculada pela equação de Lynch para um calibre de corte de 0,105mm.	80
Gráfico 12. Comparação da curva de partição ideal com a curva de partição calculada pela equação de Lynch para um calibre de corte de 0,15mm.	80
Gráfico 13. Representação gráfica das diferentes cumulantes da mistura moída resultantes da variação do caudal de alimentação.	85
Gráfico 14. Representação gráfica das diferentes cumulantes do produto final resultantes da variação do caudal de alimentação.	85
Gráfico 15. Representação gráfica da influencia do caudal de retorno na alimentação ao moinho.	86
Gráfico 16. Cumulantes do produto final para diferentes valores de Pa e caudal de 1,0kg.	87
Gráfico 17. Cumulantes da mistura moída para diferentes valores de Pa e caudal de 1,0kg.	88
Gráfico 18. Comparação das diferentes carga circulantes para diferentes caudais de alimentação e calibres de corte.	89
Gráfico 19. Representação gráfica da quantidade de finos variando o calibre de corte.	90
Gráfico 20. Comparação das diferentes cumulantes do produto final para diferentes curvas de partição.	92
Gráfico 21. Comparação dos diferentes histogramas do produto final para diferentes curvas de partição.	92
Gráfico 22. Comparação do produto final experimental VS o produto final simulado.	95

I.

Introdução

I.1 OBJECTIVO DO TRABALHO

O objetivo essencial deste trabalho é o estudo e compreensão do processo de cominuição em circuito fechado com a utilização do moinho de bolas, como fragmentador e o classificador em espiral.

Pode, portanto enumerar-se os objetivos gerais contidos no decorrer deste documento:

- Melhor compreensão dos processos de cominuição,
- Maior percepção da importância do equilíbrio do circuito,

Em relação aos objetivos concretos a serem atingidos, estes centram-se no processo de moagem propriamente dito.

- Um melhor conhecimento dos modelos matriciais adotados e ainda a condensação dos parâmetros que caracterizam o moinho e a sua fragmentação (P_a , P_k , m_1 e m_2).
- A otimização dos parâmetros condensados.
- Obtenção de um programa de previsão de moagem, ou seja, um programa de simulação de um circuito fechado operando com um moinho de bolas.

Pretende-se, portanto, que este trabalho conduza a um programa capaz de prever os resultados esperados de uma moagem, dependendo das diferentes condições que se deseja.

I.2 ESTRUTURA DO ESTUDO

O presente trabalho foi desenvolvido em seis diferentes capítulos com o intuito de uma sólida base teórica, para se compreender o ensaio experimental realizado e ainda a implementação do programa em estudo.

O segundo capítulo deste documento tem como objetivo principal fornecer ao leitor uma melhor compreensão teórica do processo estudado ao longo do trabalho elaborado. Assim, aborda-se os aspetos condicionantes do processo de cominuição, como os princípios e objetivos, a composição granulométrica como características fundamentais de descrição de um lote de material e leis granulométricas. Ainda é exposto a diferença entre britadores, granuladores e moinhos de tambor, com realce o moinho de bolas. O processo de fragmentação é apresentado como sendo um processo cinético de dois tipos de regimes, contínuo e descontínuo.

Num outro capítulo do documento, foi desenvolvida a construção do modelo em circuito aberto como etapa necessária para a condensação dos parâmetros da cinética do moinho e tendo como base a diferença entre modelos de transição finita e transição instantânea. A proposta de medição do tempo de residência, torna-se o principal ponto num capítulo essencialmente teórico e elucidativo do tipo de modelo em causa.

De seguida expõem-se os objetivos e planeamento do ensaio experimental em circuito aberto, com o intuito da determinação dos parâmetros da cinética do moinho. A descrição dos equipamentos utilizados e a apresentação da amostra utilizada no ensaio. Os dados retirados deste primeiro ensaio serão apresentados e elucidados no final deste capítulo.

Um outro capítulo será a apresentação do ajuste do modelo de cominuição teórico aos dados experimentais recolhidos no primeiro ensaio. Este ajuste foi realizado de duas maneiras distintas, para posteriormente se comparar uma com a outra e escolher o melhor ajuste. Isto levar-nos-á a uma reflexão de possíveis falhas nos ajustes.

Após este estudo em circuito aberto, passa-se para o circuito fechado, realizando um novo ensaio, desta vez com a intenção de retirar amostras para posterior tratamento das mesmas. Após a retirada de todos os dados necessários, procedeu-se à implementação do modelo de simulação de moagem com o objetivo de certificar que o modelo responde de acordo com a realidade. Para além disso comparou-se o produto final real com o produto final teórico verificando-se a sua semelhança.

Por último, retirou-se as conclusões finais e a perspetiva de trabalho futuros.

II.

Enquadramento

Teórico

II.1 FRAGMENTAÇÃO COMO PROCESSO DE REDUÇÃO DE CALIBRES

O processo de cominuição também designado como fragmentação, tem um lugar de realce na preparação de minérios, como operação principal mas também por ser a fase do processo de tratamento de minérios que envolve mais custos por tonelada.

Como a maioria dos minérios estão abundantemente disseminados na ganga e para que os processos separativos tenham uma boa rentabilidade, é necessário proceder a uma libertação inicial. Este objetivo de libertação das partículas é atingido através do processo de cominuição, o qual tem como tarefa a redução das partículas progressivamente até que estas estejam libertas e então possam passar para o processo de separação. Entende-se por tanto, que o processo de cominuição é o processo de diminuição do tamanho das partículas, até ao calibre de libertação.

Os objetivos principais do processo de cominuição, no âmbito do tratamento de minérios, são:

- Promover a libertação das espécies minerais presentes no minério,
- Produzir lotes de partículas de utilização imediata,
- Produzir partículas de calibres mais adequados ao transporte ou tratamento em outros equipamentos.

No tratamento de minério, existem várias fases em que é utilizado o processo de cominuição, podem ser subdivididas três grandes fases, a britagem ou fragmentação primária, a granulação ou fragmentação secundária e ainda a moagem ou fragmentação terciária.

II.1.1 PRINCÍPIOS DA COMINUIÇÃO

A cominuição tem como objetivo principal a fragmentação de partículas, ou seja, a redução do seu tamanho. Esta ação ocorre quando se aplica uma força que ultrapasse a tensão de rutura.

Segundo Griffith, no interior de um material existem zonas de fragilidade, independentemente de qualquer estado de tensão aplicado exteriormente. Estas zonas de fragilidade constituem pontos de rutura. (Leite M. R., Fragmentação e classificação de rochas e minérios, 2009)

Quando se inicia o processo de fragmentação é aplicada uma força externa que obriga a reorganização das tensões internas, estas tensões não se distribuem uniformemente mas sim concentrando-se nas zonas sadias em volta das zonas que apresentam fragilidades, ocorrendo assim a fracturação numa primeira fase nos pontos de fraqueza, ou seja, fissuras de formação.

Griffith afirma que um material sem “defeitos” apresenta uma resistência à rutura igual à coesão molecular. Por outro lado, se o material apresentar zonas de fragilidade a aplicação de uma força resultará na fragmentação, que será a propagação das fissuras internas até à superfície, fissuras essas pré-existentes em relação ao novo estado de tensão.

Conclui-se por tanto, que as fraturas originárias do processo de cominuição resultam de uma disseminação de fraturas interiores existentes anteriormente.

II.2 COMPOSIÇÃO GRANULOMÉTRICA COMO DESCRITOR DO ESTADO DE CALIBRE DE UM DADO MATERIAL

Para se proceder à análise granulométrica é necessário conhecer a distribuição da propriedade em estudo.

Por Distribuição de Propriedade entende-se como a descrição quantitativa da população que representa a forma como a propriedade está distribuída por todas as partículas da população, será então a probabilidade de encontrar uma partícula em que $p^1 \in]p-dp/2; p+dp/2[$, de modo que $\int_0^{p_{max}} f(p) \cdot dp = 1$. (Leite M. R., 2010)

Por outras palavras, o estudo de uma propriedade implica o conhecimento da quantidade de material que contém todos os valores possíveis da propriedade, como isso não é exequível é necessário dividir a propriedade num número de intervalos finitos e discretizantes. No caso em particular, o calibre será a propriedade em estudo.

Para que o estudo da distribuição de calibre seja possível será necessário o conhecimento de uma série de valores de calibres (série de malhas) e com uma amostra de material representativa da população efetuar-se-á uma crivagem verificando assim as partículas ou massas de partículas retidas em cada malha de calibre. Este tipo de análise designa-se por análise granulométrica. Que é representada graficamente, designando-se por histograma de frequências, tendo como ordenadas as respetivas frações de peso de material e em abcissas os intervalos de calibre considerados.

O histograma de frequências representa a frequência com que os diferentes calibres surgem na população em que estão inseridos, isto é, a sua probabilidade de acontecimento.

$$h_i = \int_{p_i}^{p_{i+1}} f(p) \cdot dp$$

Equação 1.

Procedendo a uma análise granulométrica em que o número de intervalos é reduzido, o desperdício de informação será certo, pelo contrário, se a análise granulométrica for realizada com uma

¹ P = propriedade se pretende estudar, por exemplo o calibre.

vasta gama de intervalos recolher-se-á informação em abundância sendo que a pouca massa de material retida em cada malha de calibre não será representativa da população em estudo.

Antecipando tal dificuldade de acesso à função contínua, recorre-se então a cumulante da curva de distribuição, que se obtém experimentalmente pela massa de partículas que atravessam um crivo.

$$F(p) = \int_0^p f(p) \cdot dp$$

Equação 2.

A curva cumulante pode ser de dois tipos distintos, a cumulante inferior e a cumulante superior, isso resulta se a acumulação se executa a partir dos calibres mais finos (inferior) ou dos calibres mais graúdos (superior).

II.3 LEIS GRANULOMÉTRICAS

Após o estudo das curvas granulométricas representativas do produto de uma moagem, é importante referir que estas ostentam um forma típica, forma essa do tipo de sino, ou seja, esta forma indica que a composição granulométrica apresenta um máximo nos calibres intermediários, havendo uma baixa probabilidade de ocorrência de calibres finos e graúdos. A cumulante correspondente a este tipo de curva, apresenta uma forma em S, indicando um ponto de inflexão no máximo referido anteriormente.

A observação corrente das formas típicas dos produtos consequentes de moagem, resultaram nas leis de Gaudin que:

- Em coordenadas logarítmicas as curvas granulométricas representativas dos produtos moídos, são ajustáveis a retas, principalmente no lado dos finos;
- Quando uma substância é submetida a diferentes graus de fragmentação num mesmo equipamento fragmentador, as curvas granulométricas são praticamente sobreponíveis, com a condição de se usar uma escala logarítmica e ainda que as relações d3 redução não ultrapassem os valores indicados para esse fragmentador.

Para se poder descrever a distribuição de calibres de forma continua, utilizam-se algumas funções analíticas que se ajustam ao comportamento. São frequentes as seguintes funções granulométricas:

- Função Schuhmann-Gaudin
- Função Rosin-Rammler
- Lei de Harris

Para que o ajuste seja feito de forma correta é necessário recorrer a um algoritmo de otimização para se proceder a determinação dos parâmetros que minimizam a soma do quadrado dos desvios entre as respostas dos modelos e os dados reais. (Leite M. R., 2010)

II.3.1 FUNÇÃO SCHUMANN-GAUDIN

$$wt = 100 * \left(\frac{x}{a}\right)^m$$

Equação 3.

wt – cumulante inferior, % em peso que atravessa a luz x,

x – luz ou calibre,

a – constante designada por módulo do calibre, o valor desta constante é o calibre máximo teórico do lote.

m – constante designada por módulo da distribuição,

A função de Schuhmann-Gaudin, é a função que melhor se ajusta ao tramo dos finos, pois trata-se de uma reta em coordenadas log-log.

II.3.2 FUNÇÃO ROSIN-RAMMLER

$$wt = 100 * 1 - e^{\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^m\right]}$$

Equação 4.

wt – cumulante inferior, % em peso que atravessa a luz x,

x – luz ou calibre,

a – constante designada por módulo do calibre, representa as dimensões de um calibre,

m – constante designada por módulo da distribuição,

No caso da função Rosin-Rammler, esta ajusta-se melhor ao tramo dos calibres graúdos.

Nestas duas funções granulométricas o parâmetro m é representativo do valor do coeficiente angular da reta respetiva, mede por tanto, a dispersão da distribuição – quanto menor o valor de m, maior a dispersão e vice-versa.

II.3.3 LEI DE HARRIS

$$wt = 1 - \left[1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^{m_1} \right]^{m_2}$$

Equação 5.

wt – cumulante inferior, % em peso que atravessa a luz x ,

x – luz ou calibre,

x_0 – Calibre máximo do lote,

m_1 e m_2 – módulos da distribuição

Esta lei caracteriza-se por se ajustar aos dois tramos da reta, tanto ao tramo dos calibres dos finos e ao tramo dos calibres dos grãos, como tal é a função granulométrica que melhor se ajusta. Os tramos são comandados pelos módulos de distribuição, o tramo dos finos é representado pelo m_1 e o tramo dos grãos é pelo m_2 .

II.4 DIFERENÇA ENTRE BRITADORES, GRANULADORES E MOINHOS DE TAMBOR

Um equipamento de cominuição é caracterizado pelo seu volume ativo, onde é inserida energia por unidade de tempo, através do movimento que se imprime às peças ou agentes fragmentadores. A eficiência deste tipo de equipamentos está dependente da transformação da energia introduzida com a energia realmente aplicada, para a fragmentação do material e como é distribuída por todas as partículas.

Existem duas classes fundamentais de fragmentadores, que se distinguem pelo transporte interno ser ou não dependente do caudal da alimentação. Os fragmentadores podem ser distinguidos entre:

- Fragmentadores grãos
- Fragmentadores finos

Tendo em consideração os fragmentadores grãos, estes são caracterizados pelo seu tempo de residência ser independente do caudal da alimentação, o processo de cominuição é realizado partícula a partícula devido ao tamanho das partículas e é condicionado pela geometria e dimensões do equipamento.

Em relação aos fragmentadores finos, apresentam uma cominuição coletiva, isto é, existe interação entre as partículas a cominuir, a geometria e dimensões do equipamento não afeta diretamente o grau de fragmentação e o tempo de residência é dependente do caudal da alimentação.

Concluindo, a composição granulométrica será sempre em função do tempo durante o qual o lote permanecer dentro do equipamento sujeito à ação dos agentes fragmentadores, a que chamamos tempo de residência. (Leite M. R., Fragmentação e classificação de rochas e minérios, 2009)

Pode-se então afirmar, que o tempo de residência de um fragmentador gráudo é fixo, e o tempo de residência de um fragmentador fino é variável, como tal é uma variável regulável mediante os objetivos a alcançar.

II.4.1 MOINHO DE TAMBOR

Existem diversos tipos básicos de moinhos de tambor, o de barras, bolas e o autogéneo. Os moinhos de barras utilizam como corpos moedores barras de ferro, no caso dos moinhos de bolas, os corpos moedores são bolas de ferro, que podem ter diferentes tamanhos, por último o moinho autogéneo usa o próprio material a ser cominuído como agente fragmentador.

No entanto, todos estes três tipos de moinhos têm uma estrutura semelhante. São constituídos por um cilindro horizontal, com revestimentos renováveis, conseguindo rodar sobre o seu eixo. O revestimento interno dos moinhos consistem em forros renováveis, que deve suportar o impacto, ser resistente ao desgaste, e promover o movimento mais favorável da carga. Existe uma variedade enorme de formas de forras, que pretendem proporcionar uma elevação do material no interior do moinho, adicionar impacto e esmagamento quando o mesmo é deixado cair.

A quantidade de material a moer vai influenciar o dimensionamento do moinho, por tanto quanto maior o caudal da alimentação, maior terá de ser o diâmetro do mesmo. O volume do moinho é assim constituído pelo diâmetro e o comprimento do moinho, sendo assim conhecida a capacidade do moinho.

II.4.2 MOINHO DE BOLAS

Tendo em consideração o moinho de bolas e comparando com o moinho de barras, o produto que o primeiro produz, são caracterizados por moagens mais finas devido aos agentes fragmentadores empregues. As bolas têm um poder de moagem superior pois apresentam maior área de superfície por unidade de peso em relação às barras.

O processo de cominuição num moinho de bolas é afetado pela interação das bolas com as partículas de minério, sendo um processo completamente aleatório, isto é a probabilidade de uma partícula fina ser atingida por uma bola é igual à probabilidade de uma partícula mais grosseira ser atingida por uma bola.

Conclui-se portanto, que o moinho de bolas é classificado pelo seu poder de fragmentação, e reduções de calibres superiores, do que pela sua capacidade.

II.5 FRAGMENTAÇÃO COMO PROCESSO CINÉTICO

Como supracitado, a fragmentação tem como objetivo principal a libertação de uma espécie mineral ou a obtenção de uma dada granulometria para posterior tratamento, portanto estamos perante uma modificação de forma e tamanho das partículas.

Neste sentido, é necessário recorrer à otimização dos equipamentos fragmentadores (gráudos / finos) para a produção de tamanhos de partículas desejados.

Como a fragmentação é caracterizada por ser um processo irreversível que evolui ao longo do tempo, pode então ser descrita como dependente do estado inicial do sistema (estado granulométrico inicial) e fazendo depender o estado final (granulometria de saída) do tempo durante o qual decorre a transformação.

Observando um processo de fragmentação em que, apenas se conhece o calibre inicial e o tempo que o calibre se encontra sujeito às ações de fragmentação, pode obter-se então o calibre final. Isto é, a composição granulométrica final é dependente da composição granulométrica inicial e ainda do tempo que demora a transição das partículas de um estado para o outro.

Ou seja, a quantidade de partículas com um determinado calibre X existentes no instante final dependem da quantidade de partículas de calibres iguais ou superiores que existam no instante inicial e a probabilidade de originarem partículas do calibre X.

II.5.1 MOAGEM BATCH – REGIME DESCONTINUO

A moagem descontínua, ou também dita de Moagem Batch operada por um Moinho de Tambor carregado de barras ou bolas de ferro, com a entrada e a saída fechadas por tampas é a forma mais fácil de imaginar a dependência temporal do processo, ou seja, o seu carácter cinético – o tempo de residência, comandado pelo tempo em que se deixa o tambor a rodar em torno do seu eixo horizontal, é, por definição das condições de ensaio, igual para todas as partículas que fazem parte da carga do moinho.

Assim sendo, o tempo de destruição (residência) estará descrito na equação da moagem, sendo um tempo IGUAL para todas as partículas. Ao contrário do que se passa nos Britadores e Granuladores de maxilas ou de cones, a Moagem Batch não pode ser descrita na base de um evento singular, pois a cada tempo ensaiado correspondem eventos de moagem diferentes, originado, obviamente, produtos finais granulometricamente diferentes.

Portanto, a equação de balanço representativa do processo de fragmentação na Moagem Batch terá que ser formulada diretamente em função do tempo e em vez de exprimir a previsão do estado granulométrico no final do evento, obtém-se a equação que contabiliza a alteração instantânea da composição granulométrica da carga que se encontra dentro do moinho.

A única forma de conseguir introduzir a variável tempo é considerar que a Função de Destruição, fração de material destruído em um dado evento de fragmentação é ela própria dependente do tempo que durar esse evento, isto é:

$$S_i = K_i \cdot \Delta t$$

Equação 6.

S_i – Função de destruição

K_i – Velocidade de destruição

Δt – Variável tempo

Assim, a equação de balanço que descreve a composição granulométrica do conteúdo do moinho num dado instante seguinte em função dessa mesma composição no instante atual permite chegar à seguinte equação diferencial:

$$\frac{f_i(t + \Delta t) - f_i(t)}{\Delta t} = -K_i \cdot f_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} K_j \cdot f_j(t) \cdot B_{i,j}$$

Equação 7.

$$\frac{df_i(t)}{dt} = -K_i \cdot f_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} f_j(t) \cdot B_{i,j}$$

Equação 8.

A equação antecedente é a equação diferencial do processo de fragmentação (isto é, da alteração instantânea da composição granulométrica do conteúdo do moinho) em termos cinéticos e pode ser escrita de forma matricial:

$$\frac{d\bar{f}(t)}{dt} = -\bar{L} \cdot \bar{f}(t)$$

Equação 9.

O produto desta equação exprime a alteração instantânea da composição granulométrica, em que a matriz \bar{L} é a matriz alteração de composição granulométrica e $\bar{f}(t)$ é expresso por:

$$\bar{f}(t) = \exp(-\bar{L} \cdot t) \cdot \bar{f}(0)$$

Equação 10.

t – tempo

$\bar{f}(0)$ – composição granulométrica inicial

A integração da equação nº16 pode ser feita de dois modos distintos:

- Integração numérica;
- Integração analítica;

Para qualquer um dos métodos de integração, será necessário informar os dados iniciais;

- O vetor dos calibres iniciais – f_i ;
- O tempo de residência – Tr ;

Os parâmetros cinéticos – Pa , Pk , m_1 , m_2 .

Para se obter a resposta do sistema, ou seja, a previsão da composição granulométrica do produto final, a anterior equação diferencial terá de ser integrada durante o tempo que durar a moagem (naturalmente, como dito atrás, com todas partículas a sofrerem as ações de moagem durante o mesmo tempo). Um modelo de fragmentação descrito desta forma, diz-se modelo de transição instantânea, ou seja, descreve um evento de fragmentação infinitesimal (e não finito!).

II.5.1.1 Integração Numérica – Euler

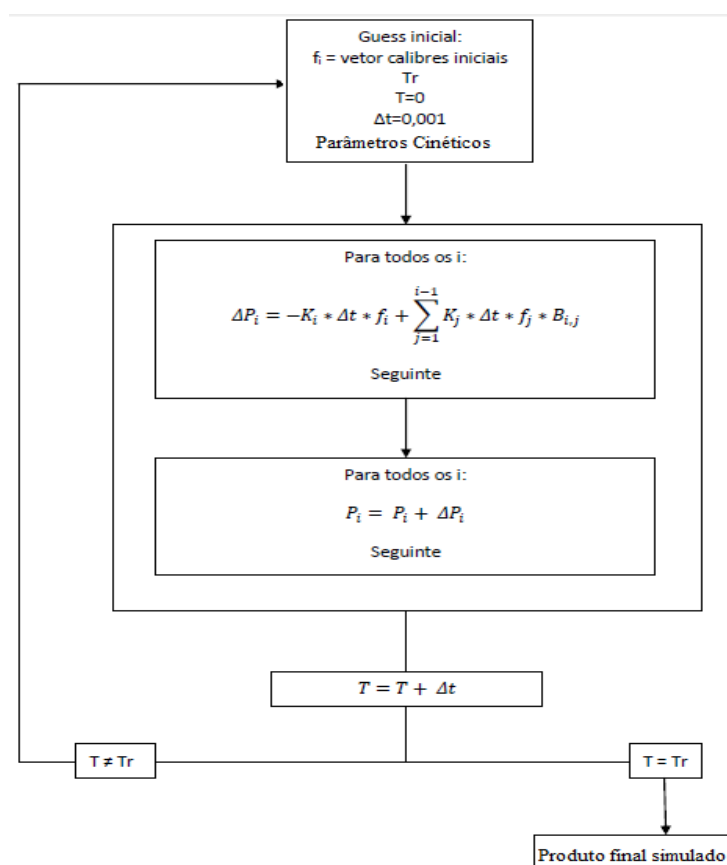


Ilustração 1. Fluxograma do método de integração numérica.

Observando o fluxograma acima exposto, verifica-se que para além dos dados iniciais comuns às duas integrações, é necessário:

- O tempo decorrido – T;
- Variação do tempo decorrido – Δt ;

No que diz respeito à variação do tempo, este será o incremento temporal, isto é, começará com um input, como por exemplo $\Delta t=0,001$, e irá calcular o tempo decorrido acrescentando sempre o mesmo valor.

Assim sendo, calcula-se ΔP_i pela seguinte fórmula:

$$\Delta P_i = -K * \Delta t * f_i + \sum_{j=1}^{i-1} K_j * \Delta t * f_i * B_{i,j}$$

Equação 11.

Após a determinação desta variação, confirmar-se o cálculo do novo P_i . Este cálculo determina-se somando o valor anterior do P_i com o novo ΔP_i . Este é o cálculo do produto final da moagem.

$$P_i = P_i + \Delta P_i$$

Equação 12.

Por fim, se o novo tempo decorrido for igual ao tempo de residência, então todos os incrementos foram realizados e o cálculo do produto final encontra-se concluído, correspondendo assim, ao produto final produzido pela moagem.

$$T = T + \Delta t$$

Equação 13.

No entanto, se o tempo decorrido for diferente ao tempo de residência, então o programa terá de correr as vezes necessárias para se atingir o tempo decorrido igual ao tempo de residência.

II.5.1.2 Integração Analítica

Como se pode verificar, a equação nº16, envolve o cálculo da exponencial da matriz \bar{L} , para tal é inevitável recorrer a conceito de função matriz.

O conceito de função matriz implica a definição de valor próprio da matriz em causa, assim:

- Seja \bar{L} , uma matriz composta por L_{ik} elementos e uma vetor \bar{P} cujas componentes formam uma matriz coluna P_k ;

- Se a aplicação da matriz \bar{L} ao vetor \bar{P} se obtiver exclusivamente a sua dilatação ou contração de valor λ , então o vetor \bar{P} é um vetor próprio da matriz \bar{L} e o seu valor próprio será λ .

isto é:

$$\bar{L} * \bar{P} = \lambda * \bar{P}$$

Equação 14.

e ainda:

$$\sum_i L_{k,i} * P_i = \lambda * P_k$$

Equação 15.

$$\begin{cases} L_{11} * P_1 + L_{12} * P_2 + \dots = \lambda * P_1 \\ L_{21} * P_1 + L_{22} * P_2 + \dots = \lambda * P_2 \\ \dots \dots \dots = \dots \end{cases}$$

Equação 16.

ou seja,

$$\begin{cases} (L_{11} - \lambda) * P_1 + L_{12} * P_2 + \dots = 0 \\ L_{21} * P_1 + (L_{22} - \lambda) * P_2 + \dots = 0 \\ \dots \dots \dots = \dots \end{cases}$$

Equação 17.

O sistema acima descrito determina as componentes do vetor \bar{P} , se o valor próprio λ , assumir os seus valores. Sendo este sistema de n equações lineares homogéneas só é possível se o seu determinante for nulo, escrevendo-se assim:

$$\begin{vmatrix} L_{11} - \lambda & L_{12} & \dots \\ L_{21} & L_{22} - \lambda & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0$$

Equação 18.

Sendo a equação nº21 a expressão algébrica da equação característica da matriz \bar{L} , determinando assim os seus possíveis valores próprios.

No entanto a matriz é triangular inferior e como tal os elementos da sua diagonal correspondem aos seus valores próprios que representam os elementos K_j da matriz destruição.

Construa-se portanto, a matriz \bar{P} , que em cada coluna, j, é constituída pelas componentes P_{ij} do vetor próprio \bar{P}_j , correspondente ao valor próprio K_j da matriz \bar{L} . Vejamos também a matriz \bar{Q} , inversa de \bar{P} .

Assim sendo, estas duas matrizes diagonalizam a matriz \bar{L} , na matriz dos seus valores próprios, ou seja:

$$\bar{K} = \bar{Q} * \bar{L} * \bar{P}$$

Equação 19.

A matriz \bar{K} é a matriz diagonal cujos elementos $K_{i,j}$ são os valores próprios K_j . Mas, $\bar{P} * \bar{Q} = \bar{I}$, multiplicando à direita a anterior expressão por \bar{Q} , obtém-se:

$$\bar{K} * \bar{Q} = \bar{Q} * \bar{L} * \bar{P} * \bar{Q} = \bar{Q} * \bar{L}$$

Equação 20.

multiplicando por \bar{P} :

$$\bar{P} * \bar{K} * \bar{Q} = \bar{P} * \bar{Q} * \bar{L} = \bar{L}$$

Equação 21.

obtém-se portanto a decomposição da matriz \bar{L} :

$$\bar{L} = \bar{P} * \bar{K} * \bar{Q}$$

Equação 22.

Como se verifica, das três matrizes da equação anterior, apenas se conhece uma, a matriz \bar{K} , será então necessário o cálculo das restantes, \bar{P} e \bar{Q} . Começemos pelo cálculo da matriz \bar{P} , escrevendo o sistema anterior, determinando os valores de P_{mk} , para um dado valor próprio, K_k .

$$\bar{L} * \bar{P}_k = K_k * \bar{P}_k$$

Equação 23.

isto é, para cada k, tem-se:

$$\sum_i L_{m,i} * P_{i,k} = P_k * P_{m,k}$$

Equação 24.

No entanto, a matriz \bar{L} , obtém-se através das matrizes formação e destruição, assim sendo teremos:

$$L_{ij} = \begin{cases} 0 & i < j \\ K_j & i = j \\ K_j * B_{ij} & i > j \end{cases} \Leftrightarrow K_j * (\delta_{ij} - B_{ij})$$

Equação 25.

substituindo na equação 27 e desenvolvendo:

$$m=1; +(K_1 - K_k) * P_{1k} = 0$$

$$m=2; -K_1 * B_{21} * P_{1k} + (K_2 - K_k)P_{2k} + \dots + = 0$$

...

$$m=k; -K_1 * B_{k1} * P_{1k} + -K_2 * B_{k2} * P_{2k} + \dots + (K_k - K_k) * P_{kk} = 0$$

...

$$m=j; -K_1 * B_{k1} * P_{1k} + -K_2 * B_{k2} * P_{2k} + \dots + -K_k * B_{jk} * P_{kk} + \dots + (K_j - K_k) * P_{jk} = 0$$

Analisando as equações acima descritas, pode-se concluir que para $j < k$, teremos $P_{jk} = 0$, quando $j = k$ obtém-se $P_{kk} = 1$. No caso de $j > k$ as restantes equações define-se os elementos P_{ik} como:

$$(K_j - K_k) * P_{jk} = \sum_{i=k}^{j-1} K_i * B_{ji} * P_{ik}$$

Equação 26.

poderá escrever-se:

$$P_{jk} = \begin{cases} 0 & j < k \\ 1 & j = k \\ \frac{\sum_{i=k}^{j-1} K_i * B_{ij} * P_{ik}}{K_j - K_k} & j > k \end{cases}$$

Equação 27.

Para se determinar a matriz \bar{Q} , que é a matriz inversa de \bar{P} , recorre-se à relação, $\bar{P} * \bar{Q} = \bar{I}$, obendo assim:

$$\sum_{k=i,j} P_{ik} * Q_{kj} = \delta_{ij} \quad \forall i > j$$

Equação 28.

Como $j < k < i$, então por recorrência tira-se a seguinte fórmula:

$$Q_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ -\sum_{k=j}^{i-1} P_{ik} * Q_{kj} & i > j \end{cases}$$

Equação 29.

Após esta factorização desenvolvida, o cálculo da exponencial da integração da equação geral da cominuição origina a seguinte expressão:

$$\exp(-\bar{L} \cdot t) = \bar{P} \cdot \exp(-\bar{K})^t \cdot \bar{Q}$$

Equação 30.

sendo $\bar{\bar{K}}$ a matriz diagonal:

$$\exp(-\bar{\bar{K}}) = [\exp(-K_{i,j}) \cdot \delta_{i,j}] = \bar{\bar{E}}$$

Equação 31.

teremos finalmente:

$$\bar{f}(t) = \bar{P} \cdot \bar{\bar{E}}^t \cdot \bar{Q} \cdot \bar{f}(0)$$

Equação 32.

Esta última expressão torna possível o cálculo da equação geral da cominuição, através do cálculo das matrizes \bar{P} , \bar{Q} , anteriormente deduzidas, exprimindo assim a solução analítica da integração do sistema de equações diferenciais que modelam a moagem linear (Modelo Batch).

Concluído o estudo destes dois métodos de integração, pode concluir-se, que a integração numérica necessita de um certo número de cálculos efetuados para perfazer o tempo de residência que se pretende para o cálculo do produto final simulado, comparativamente com a integração analítica. Por este motivo, o erro associado a este método acresce quando equiparado com a integração analítica.

III.

**Construção do modelo –
Circuito aberto**

III.1 REGIME CONTÍNUO NUM MOINHO DE TAMBOR

O regime contínuo difere do regime descontínuo anteriormente descrito, pelo tempo de moagem ser variável e não fixo, pois depende do caudal de alimentação.

Esta dependência é descrita pela relação:

$$T_r = \frac{V_{util}}{\text{Caudal de alimentação}}$$

Equação 33.

Este tipo de dependência pode ser ultrapassada se o caudal de alimentação for rigorosamente controlado e fixado, sendo isto possível apenas atingido o regime permanente².

Para efeitos de simulação do Regime Contínuo, se for admitido para o mecanismo de transporte das partículas dentro do moinho o chamado Transporte Perfeito (regime pistonar ou de “plug flow”), em que é garantido a todas as partículas o mesmo tempo de residência (assunção de simplicidade, dado que não houve condições para estudar regimes diferentes, de natureza mais complexa e de difícil recolha de dados experimentais), então o Regime Contínuo nessas condições é descrito exatamente pela equação diferencial anterior, cuja integração para os tempos de residência necessários (admitidos iguais para todas as partículas) conduzirá ao resultado pretendido.

III.2 PARÂMETROS DA CINÉTICA

Como se pode observar, depois a integração da equação geral da cominuição, existem duas matrizes que necessitam ser calculadas previamente. Essas matrizes são a matriz destruição e a matriz formação respetivamente K_i e B_{ij} .

Estas matrizes são calculadas recorrendo aos parâmetros cinéticos, sendo estes divididos em pares pelas matrizes destruição e formação. São eles, o P_a , P_k , m_1 e m_2 .

Relativamente aos parâmetros P_a , P_k estes são característicos da matriz destruição.

- P_a , avaliador da energia útil de fragmentação, sendo por isso dependente das condições energéticas em que o processo de cominuição opera.
- P_k , relaciona as características do minério com a função destruição, comanda o seu decréscimo, este parâmetro é <1 .

² Caudal de alimentação = Caudal de saída do moinho

Os parâmetros m_1 e m_2 são aplicados na matriz formação e tem origem na lei de Harris, anteriormente estudada.

- m_1 , ajusta o tramo da granulometria das partículas finas.
- m_2 , ajusta o tramo da granulometria das partículas graúdas.

III.3 CONDENSAÇÃO DOS PARÂMETROS CINÉTICOS

Seguidamente à abordagem dos dois modelos matriciais verifica-se, que ambos, necessitam da utilização de duas matrizes, S_i e $B_{i,j}$ função de destruição e função de formação, respetivamente. É portanto imprescindível o seu cálculo, descrevendo o processo de cominuição de um estado anterior, f_i , para um estado posterior, p_i .

Existe portanto um problema de excesso de variáveis, sendo ultrapassado condensando os parâmetros representados por S_i e $B_{i,j}$, esta condensação é feita utilizando multiplicadores e expoentes nas fórmulas de dependência.

Para a condensação destes dois parâmetros foram adotadas regras que pretendem simular os processos de fragmentação.

III.3.1 CÁLCULO DA MATRIZ DESTRUIÇÃO, S_i

Como função destruição, entende-se a percentagem de material que é destruído, isto é a percentagem de material de calibres de maiores dimensões que origina material de calibres mais finos.

Assim sendo, a matriz destruição adota um decrescimento monótono do fenómeno da destruição á medida que os calibres vão diminuindo. (Leite M. R., 2010)

O cálculo desta matriz é realizado através da multiplicação de uma matriz, designada por K_i pelo tempo de residência. No entanto, a matriz K_i é calculada através dos dois parâmetros referidos anteriormente, P_a e P_k .

Como tal, a matriz S_i , calcula-se:

$$K_1 = P_a$$

Equação 34.

$$K_i = K_{i-1} * P_k$$

Equação 35.

$$K_i = \begin{bmatrix} P_a & 0 & 0 \\ 0 & K_{i-1} * P_k & 0 \dots \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}$$

Equação 36.

$$S_i = K_i * Tr$$

Equação 37.

III.3.2 CÁLCULO DA MATRIZ FORMAÇÃO, $B_{i,j}$

A matriz formação representa a distribuição do material fragmentado a partir de material de calibres graúdos, pelas classes de calibres inferiores, isto é, a percentagem de calibres pai que vão originar os calibres filhos nas diferentes classes de calibres.

Esta matriz será então calculada através da utilização de uma lei granulométrica, neste caso específico recorreu-se à lei de Harris. Esta lei foi escolhida pelo bom ajuste tanto nos calibres de maiores dimensões como nos calibres mais finos.

Assim sendo, os parâmetros a incluir no cálculo de $B_{i,j}$, serão dois parâmetros de forma, e um parâmetro de escala. Os parâmetros de forma serão representados pelo m_1 e m_2 , e como foi referido anteriormente representam o ajustamento ao tramo dos finos e ao tramo dos graúdos, respetivamente. No caso do parâmetro de escala, este é empregado com o intuito de representar o calibre máximo gerado. O calibre máximo gerado poderá ser considerado o calibre limite inferior da classe que foi destruída. (Leite M. R., 2010)

Calculando a matriz formação, $B_{i,j}$ será necessário calcular em primeira instância a matriz Harris. A matriz Harris é então:

$$H_{11} = 1$$

Equação 38.

$$H_{i1} = 1 - \left[1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^{m_1} \right]^{m_2}$$

Equação 39.

$$Harris = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ H_{21} & 1 & 0 \dots \\ H_{31} & H_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

Equação 40.

$$B_{i,j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ H_{11} - H_{21} & 0 & 0 \\ H_{21} - H_{31} & H_{22} - H_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

Equação 41.

III.4 COMO MEDIR O TEMPO DE RESIDÊNCIA EXPERIMENTAL – PROPOSTA

A proposta mais significativa do presente trabalho, é o novo método de medição do tempo de residência médio, pois este é de difícil execução em regime contínuo.

Como se sabe existem modelos matemáticos, moagem Batch e regime contínuo, que representam o processo de moagem. Para que o modelo matemático funcione, é necessário variáveis iniciais, isto é, se conseguirmos obter a composição granulométrica inicial, o volume útil do moinho, os parâmetros cinéticos característicos do moinho e o tempo de residência médio, obtemos o ajuste à realidade.

Para que esse objetivo seja cumprido, terá de se ultrapassar certas etapas, entre elas:

- Obter a composição granulométrica inicial;
- Regulação do caudal de alimentação;
- Calcular o volume útil do moinho;
- Cálculo do tempo de residência médio;
- Obter a composição granulométrica final.

A obtenção da composição granulométrica inicial é de fácil concretização, uma vez que ao material escolhido para a realização do ensaio, terá de se fazer uma pré-crivagem, retirando todo o material de calibres finos garantindo assim que todo o material fino é obtido durante o processo de moagem. Após esta pré-crivagem, é efetuada a caracterização do material, alcançando assim a composição granulométrica inicial desejada, que irá alimentar o circuito de moagem.

Relativamente à regulação do caudal de alimentação, esta é feita, realizando várias pesagens de material correspondente ao material transportado pela tela transportadora, durante um minuto até se obter o caudal pretendido de 1 kg/min, regulando a velocidade da tela e a abertura do silo. De seguida, a alcançar-se o caudal de aproximadamente 1kg/min, retira-se diversas amostras para calcular o caudal médio de alimentação.

O cálculo do volume útil é efetuado procedendo-se à realização do ensaio de moagem em circuito aberto, em regime contínuo. Para que seja possível chegar ao valor do volume é necessário registar o início da alimentação ao moinho e o início da saída de material do moinho, iniciando-se a recolha de amostras de minuto a minuto, até o circuito atingir o regime permanente, ou seja, o caudal de entrada igual ao caudal de saída. Assim, teremos a quantidade de material que entra no moinho, que sai do moinho e o material que permanece dentro do moinho.

A recolha das amostras acima referidas, com o intuito de se calcular o volume útil do moinho, são também utilizadas para a obtenção da composição granulométrica final do circuito aberto. Assim sendo, as amostras para além de pesadas são caracterizadas e analisadas em conjunto. Assim, ao compararmos diferentes amostras da saída do moinho, estas deverão apresentar um forma semelhante correspondendo

a uma estabilização do moinho no produto que o moinho descarrega, correspondendo ao regime permanente necessário ao circuito. A amostra considerada como produto final será, aquela que representa a composição granulométrica constante que o moinho descarrega.

O tempo de residência médio, é obtido pela relação que existe entre o caudal de entrada e o volume útil. Como se pode verificar anteriormente, estes dois pontos foram ultrapassados facilmente, assim o tempo de residência médio é a razão entre o volume útil, previamente adquirido e o caudal de alimentação constante.

Se esta proposta do novo método de obtenção de amostras e cálculos funcionar é de fácil execução quando se trata de um moinho piloto, no entanto não poderá ser praticado num moinho industrial, isto porque as amostras recolhidas de minuto a minuto seriam extremamente grandes e seriam em número muito mais elevado até se atingir o regime permanente e se por algum motivo for necessário esvaziar o moinho e arrancar de novo, ou se necessário repetir o ensaio não será fácil a sua execução. Aliás em termos laboratoriais para o presente trabalho não foi possível a sua repetição.

IV.

Ensaio Experimental – Circuito

Aberto

IV.1 OBJETIVOS

- Caracterização granulométrica do material que alimenta o moinho;
- Caracterização granulométrica do material moído, produto final;
- Calcular do volume útil;
- Determinação do tempo de residência;

IV.2 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

O dispositivo experimental é constituído por um silo, uma tela transportadora e um moinho de bolas.

O silo caracteriza-se por ser um local, onde o material é armazenado até ao ensaio se iniciar, apresenta uma saída de material de forma a criar um bolo de material quando a tela transportadora é acionada.



Ilustração 2. Boca do silo e bolo de material. (LNEG)

Relativamente à tela transportadora, esta como o próprio nome indica, transporta o material desde o local de armazenamento (silo) até ao moinho. É este dispositivo que alimenta o moinho de forma gravítica.



Ilustração 3. Tela transportadora.
(LNEG)

O moinho utilizado é caracterizado por ser um fragmentador de finos e utiliza como corpos fragmentadores bolas de dois tamanhos distintos. A descarga deste moinho é feita por descarga de baixo nível. O moinho tem de diâmetro 0,45m e de comprimento 0,85m.



Ilustração 4. Moinho de bolas. (LNEG)

Para além de todo o material usado na realização do ensaio em circuito aberto, utilizou-se o seguinte material laboratorial:

- Separador de Jones;
- Baldes;
- Tabuleiros;
- Estufa;
- Agitador;
- Crivos – Série de ASTM;
- Bacias;
- Balança;
- Sacos plásticos.

IV.3 AMOSTRA SELECIONADA E PREPARAÇÃO PRÉVIA

Como material a cominuir, utilizou-se granito, proveniente da Pedreira da Madalena, gentilmente cedido pelo Professor Guedes.

Na altura em que se conseguiu angariar o material era uma época de chuva forte pelo que o material não se encontrava em condições de utilização imediata. Procedeu-se então, a uma secagem na estufa de todo o material, e de seguida a uma análise granulométrica inicial, caracterizando-o.

Antes de se proceder à caracterização do material, foi necessário recolher uma pequena amostra aleatória de material, uma vez que a quantidade total era cerca de 250Kg. Assim, recolheu-se 1kg de material de cada saco proveniente da Pedreira da Madalena, para um balde, perfazendo um total de 10kg. De seguida, utilizou-se um separador de Jones para fazer o seu esquartelamento, e dividir a amostra aleatória e homogeneamente, até se obter uma amostra de apenas 1kg. Depois de selecionada esta amostra, caracterizou-se o material, utilizando uma série de crivos (série de ASTM) e um agitador. Como se verifica no gráfico seguinte, o material originário da Pedreira da Madalena é maioritariamente constituído por partículas de calibres entre os 6,72 mm e 3,36 mm.

<i>Calibres (mm)</i>	<i>Pesos (g)</i>	<i>Histograma</i>	<i>Cumulante</i>
9,5000	8,0000	0,0066	0,9934
6,7175	239,0000	0,1962	0,7972
4,7500	252,0000	0,2069	0,5903
3,3588	183,0000	0,1502	0,4401
2,3750	112,0000	0,0920	0,3481
1,6794	83,0000	0,0681	0,2800
1,1875	65,0000	0,0534	0,2266
0,8397	42,0000	0,0345	0,1921
0,5938	34,0000	0,0279	0,1642
0,4198	30,0000	0,0246	0,1396
0,2969	29,0000	0,0238	0,1158
0,2099	26,0000	0,0213	0,0944
0,1484	22,0000	0,0181	0,0764
<i>Infra Crivo</i>	93,0000	0,0764	----
	1218,0000	1,0000	

Tabela 1. Composição granulométrica do material proveniente da Pedreira da madalena.

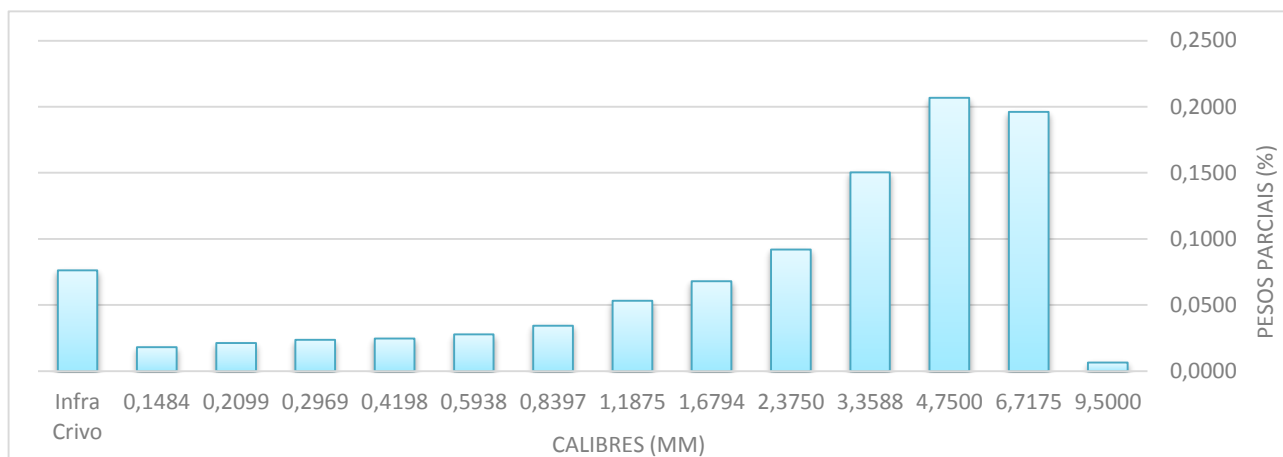


Gráfico 1. Material proveniente da Pedreira da Madalena previamente seco.

Procedeu-se então, a uma pré-crivagem do material vindo da Pedreira, retirando todas as partículas abaixo do calibre 1,19mm, evitando assim a produção de excesso de finos no decorrer do processo de cominuição para além de garantir que todos os finos foram fruto do processo de moagem.

Executou-se a caracterização do material que alimenta o moinho, ou seja, após a crivagem inicial. Esta caracterização, foi feita utilizando 1kg de material, este foi selecionado aleatoriamente e sujeito a um esquadramento com o separador de Jones. O gráfico seguinte representa a caracterização do material, que irá servir de alimentação ao moinho.

Calibres (mm)	Pesos (g)	Histograma	Cumulante
9,5000	3,7000	0,0024	0,9976
6,7175	472,1000	0,3122	0,6853
4,7500	379,6000	0,2510	0,4343
3,3588	319,6000	0,2114	0,2230
2,3750	187,2700	0,1238	0,0991
1,6794	108,0100	0,0714	0,0277
1,1875	38,2000	0,0253	0,0024
0,8397	1,1800	0,0008	0,0016
0,5938	0,6300	0,0004	0,0012
0,4198	0,6200	0,0004	0,0008
0,2969	0,5000	0,0003	0,0005
0,2099	0,5200	0,0003	0,0001
0,1484	0,2000	0,0001	0,0000
0,1050	0,0000	0,0000	0,0000
0,0742	0,0000	0,0000	0,0000
0,0525	0,0000	0,0000	0,0000
Infra Crivo	0,0000	0,0000	
Σ	1512,1300	1,0000	

Tabela 2. Composição granulométrica do material selecionado para a alimentação do moinho.

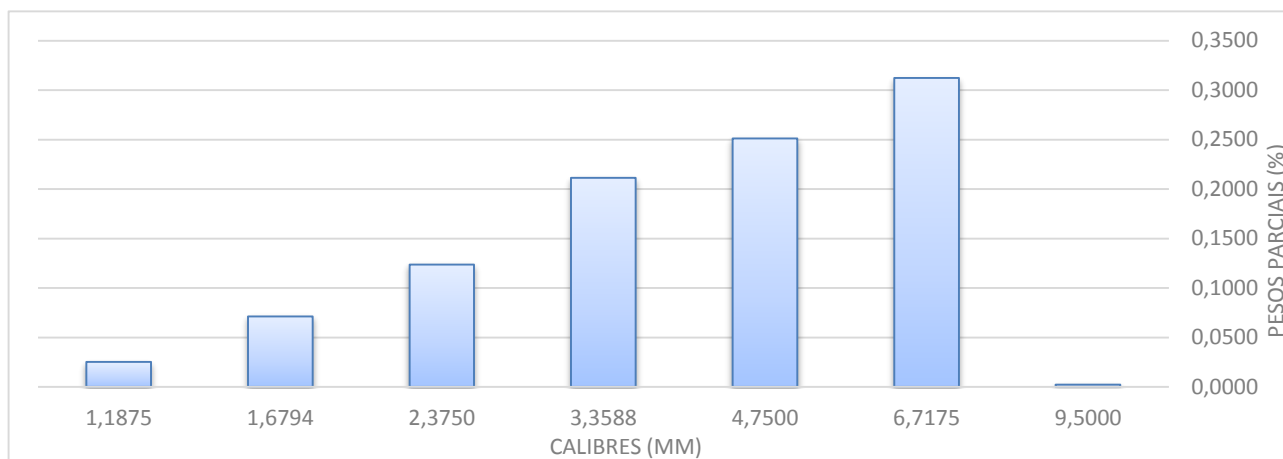


Gráfico 2. Material selecionado para a alimentação ao moinho.

Após este tratamento, o material encontra-se em condições de utilização, pelo que foi transportado até ao Laboratório Nacional de Energia e Geologia do Porto – LNEG. O Laboratório concedeu-nos a utilização das suas instalações com o intuito de se iniciar o processo em estudo.

IV.4 ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL

Antes de se proceder ao ensaio propriamente dito, é necessário assegurar as seguintes condições:

- Controlar o Caudal de alimentação de 1kg/min;
- Determinar a carga moente a utilizar.

IV.4.1 DETERMINAÇÃO DO CAUDAL DE ALIMENTAÇÃO

Para se proceder à determinação dos caudais foi necessário acionar a tela transportadora, deixando o material descer pelo silo formando um bolo em cima da tela e seguindo os seguintes passos:

1. Ligar a tela transportadora;
2. Fazer um traço vertical com giz a tela transportadora no local da boca do silo e ao mesmo tempo iniciar a contagem do tempo no cronómetro;
3. Após um minuto voltar a marcar a tela transportadora com giz no mesmo local da boca do silo;
4. Retirar o material contido as duas marcas ;
5. Pesar o material.

Realizou-se esta etapa cinco vezes para determinar a média de caudal da alimentação.

P₁=988g

P₄= 985g

P₂= 936g

P₅= 963g

P₃= 1025g

$$P_{\text{médio}} = \frac{988 + 936 + 1025 + 985 + 963}{5} = 979.4 \text{ g}$$

Equação 42.

Com estas medições e em função dos dados apresentados, considerou-se como caudal médio 1kg/min.

IV.4.2 DETERMINAÇÃO DA CARGA MOENTE

A quantificação do número de bolas necessárias foi feita após a determinação do volume do moinho, que, como sabemos, depende das suas dimensões.

IV.4.2.1 Cálculo do volume do moinho

- $\phi_{\text{Moinho (interno)}} = 43,0\text{cm} = 0,43\text{m}$
- $L = 85,0\text{cm} = 0,85\text{m}$

Cálculo do raio:

$$\text{Raio} = 0,215\text{m}$$

Equação 43.

Cálculo do volume total do moinho:

$$V_{\text{moinho}} = 0,123\text{ m}^3$$

Equação 44.

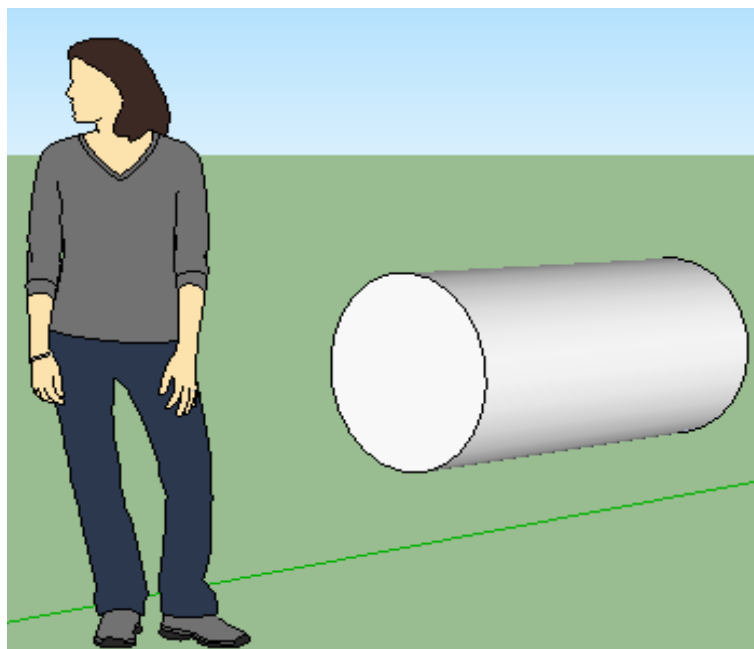


Ilustração 5. Imagem em 3D do moinho com as suas dimensões em escala real. Utilização o software GoggleSketchup.

IV.4.2.2 Cálculo do número de bolas a colocar no moinho

O cálculo do número de bolas foi determinado, admitindo que os corpos fragmentadores deveriam ocupar 40% do volume do moinho. Dividindo o moinho em secções, com largura semelhante ao diâmetro das bolas de maior tamanho, verificou-se que o moinho seria dividido em 10 secções.

Procedeu-se ao desenho esquemático do moinho com um arranjo provável dos corpos fragmentadores dentro do mesmo, ocupando aproximadamente 40%.

Como se observa na Ilustração5., verifica-se que em cada secção serão necessárias 9 bolas grande e 8 bolas pequenas, perfazendo um total de:

$$Bolas_{grandes\ (TOTAL)} = 9 * 10 = 90\ bolas$$

Equação 45.

$$Bolas_{pequenas\ (TOTAL)} = 8 * 10 = 80\ bolas$$

Equação 46.

Usaram-se então, 90 bolas grandes e 80 bolas pequenas, perfazendo um total de 170 bolas.

$$N^{\circ}\ bolas_{TOTAL} = 90 + 80 = 170\ bolas$$

Equação 47.

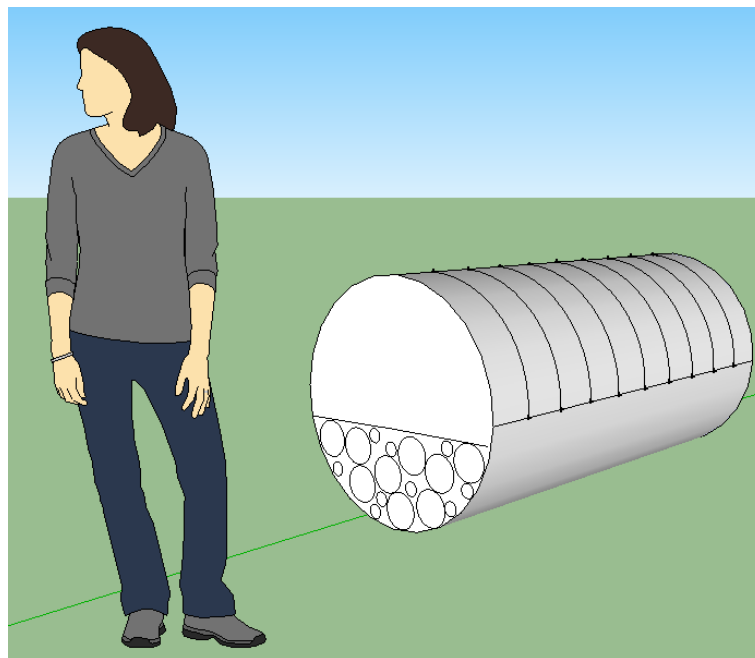


Ilustração 6. Imagem representativa do moinho com as bolas (grandes e pequenas) e as diversas secções.

IV.4.2.3 Cálculo volume das bolas no interior do moinho

IV.4.2.3.1 Bolas Grandes

Perímetro _{circunferência} = 0,20m

- Cálculo do raio:

$$r = 0,032m$$

Equação 48.

- Cálculo do volume:

$$V_{Bolas\ grandes} = 0,000137m^3$$

Equação 49.

- Cálculo do peso das bolas:

$$P_1 = 924g \text{ (1º bola pesada)}$$

$$P_3 = 748g \text{ (3º bola pesada)}$$

$$P_2 = 885g \text{ (2º bola pesada)}$$

$$P_4 = 867g \text{ (4º bola pesada)}$$

$$P_{médio} = \frac{924 + 885 + 748 + 867}{4} = 856g$$

Equação 50.

$$P_{médio\ TOTAL} = 856 * 90 = 77,040kg$$

Equação 51.

IV.4.2.3.2 Bolas Pequenas

$$\text{Perímetro}_{\text{circunferência}} = 0,135m$$

- Cálculo do raio:

$$r = 0,0125m$$

Equação 52.

- Cálculo do volume:

$$V_{Bolas\ Grandes} = 0,0000416m^3$$

Equação 53.

- Cálculo do peso das bolas:

$$P_1 = 303g \text{ (1º bola pesada)}$$

$$P_3 = 289g \text{ (3º bola pesada)}$$

$$P_2 = 285g \text{ (2º bola pesada)}$$

$$P_4 = 260g \text{ (4º bola pesada)}$$

$$P_{médio} = \frac{303 + 285 + 289 + 260}{4} = 284,25g$$

Equação 54.

$$P_{\text{médio TOTAL}} = 284,25 * 80 = 22,820kg$$

Equação 55.

IV.4.2.3.3 Cálculo do peso das bolas utilizadas

Somando os pesos das bolas utilizadas, obtêm-se:

$$Peso_{\text{teórico TOTAL}} = 77,040 + 22,820$$

$$Peso_{\text{teórico TOTAL}} = 99,86 \text{ kg}$$

Equação 56.

IV.4.2.3.4 Carga moente utilizada

Procedeu-se ao enchimento do moinho com as bolas, pesando as bolas para se obter o peso real, verificando-se assim:

$$P_{\text{balde}} = 1536g$$

$$N^{\circ} \text{ Baldes} = 6$$

$$P_{\text{Baldes}} = n^{\circ} \text{ Baldes} * P_{\text{Balde}}$$

$$P_{\text{Baldes}} = 9,216kg$$

Equação 57.

$$P_{\text{Real bolas}} = \text{Pesagem}_{\text{bolas+baldes}} - P_{\text{Baldes}}$$

$$P_{\text{Real bolas}} = 87,784kg$$

Equação 58.



Ilustração 7. Bolas utilizadas no ensaio realizado. (LNEG)

Como se pode verificar, no cálculo da soma do peso das bolas utilizadas, verifica-se que é 99,86Kg e a pesagem da carga moente utilizada é de 87,78kg, ou seja, 12,07kg.

Conclui-se portanto que nem todas as bolas tem o mesmo peso, havendo assim esta diferença de pesos “teóricos” e reais.

IV.5 PLANEAMENTO DA AMOSTRAGEM

Após este estudo foi necessário estruturar a recolha de amostras para, que fosse recolhida uma amostragem favorável para se atingir os resultados pretendidos.

Planeamento da recolha de amostras:

1. Ligar a tela transportadora e o moinho ao mesmo tempo;
2. Certificar quando o primeiro material entra no moinho e iniciar a cronometragem do tempo;
3. Verificar o início da saída do matéria do moinho e retirar o tempo do cronometro;
4. Começar a recolher o material que sai do moinho, com o auxílio de baldes, durante 1 minuto.

Esta operação será repetida até que o moinho esteja estabilizado.

Com este tipo de estratégia, para além de se apurar se o circuito se encontra em regime permanente, que será atingido quando o caudal de entrada e o caudal de saída forem iguais, permitir-nos-á calcular o volume útil do moinho e ainda o tempo de residência experimental.

Após a recolha das amostras, irá realizar-se o seu tratamento que será feito do seguinte modo:

1. Decantação do material no balde, com uma duração de 24horas;
2. Remoção da água em excesso;
3. Passagem do material para tabuleiros;
4. Nova decantação do material;
5. Remoção da água em excesso;
6. Secagem do material na estufa, com uma temperatura cerca de 90°C;
7. Pesagem do material seco;
8. Classificação de cada amostra num agitador utilizando peneiros, de serie ASTM.

IV.6 REALIZAÇÃO DO ENSAIO

A realização do ensaio de moagem em circuito aberto, tem como objetivo a determinação do volume útil do moinho, a determinação do tempo de residência para se conseguir determinar os parâmetros cinéticos, só se podendo realizar quando o circuito se encontra em regime permanente.

O ensaio da moagem decorreu conforme planeado, isto é, acionou-se a tela transportadora e o moinho ao mesmo tempo, apontou-se o início de alimentação do moinho assim como o início da sua descarga, retirando-se amostras de minuto a minuto até se considerar o peso do material de saída igual ao peso do material de entrada, garantindo assim o regime permanente, não havendo nenhum contratempo.

IV.6.1 VOLUME ÚTIL DO MOINHO

O volume útil do moinho é determinado subtraindo a quantidade de material que entra no moinho, desde o minuto zero até ao último minuto da colheita, e a quantidade de material que sai do moinho, neste caso os 17 minutos. Nesta circunstância específica o volume útil foi calculado em kg e não em m³, por uma questão de facilitar o cálculo.

<i>Tempo de corrido (min)</i>	Nº Baldes	Peso (kg)
1,0000	0,0000	0,0000
2,0000	0,0000	0,0000
3,0000	1,0000	0,0490
4,0000	2,0000	0,0730
5,0000	3,0000	0,1510
6,0000	4,0000	0,2050
7,0000	5,0000	0,1540
8,0000	6,0000	0,2660
9,0000	7,0000	0,3050
10,0000	8,0000	0,3760
11,0000	9,0000	0,5090
12,0000	10,0000	0,4960
13,0000	11,0000	0,5530
14,0000	12,0000	0,6850
15,0000	13,0000	0,7530
16,0000	14,0000	0,6670
17,0000	15,0000	0,8170
18,0000	16,0000	0,8430
19,0000	17,0000	0,8400
	TOTAL	7,7420

Tabela 3. Pesos das amostras retiradas minuto a minuto, durante 19 minutos.

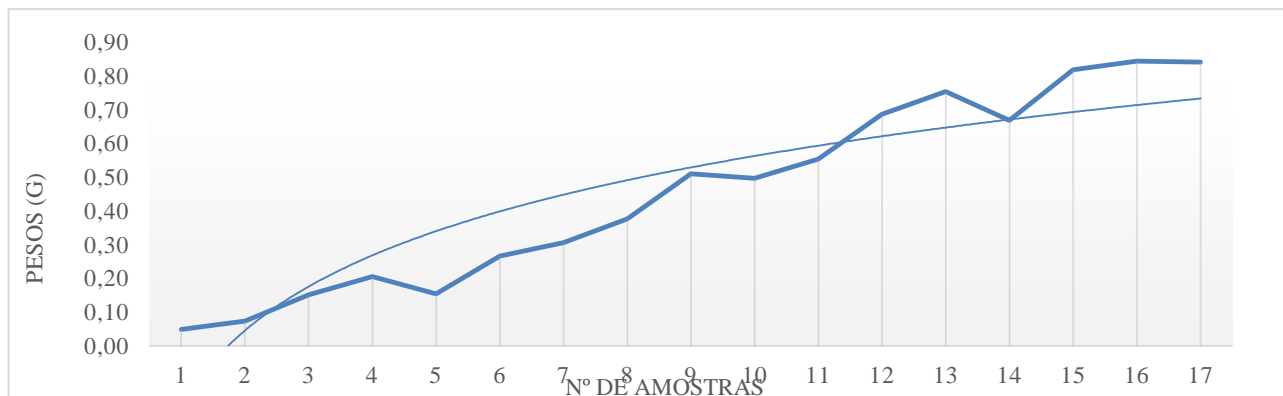


Gráfico 3. Visualização da formação do patamar correspondente ao regime permanente.

Como se pode verificar na tabela nº3., os dois primeiros minutos apresentam um peso nulo, ou seja, não saiu material sólido do moinho. Este intervalo de tempo representa o tempo em que o moinho começou a ser alimentado até ao momento em que começou a descarregar material, isto é, entraram 2kg de material mas nenhum saiu. Depois do primeiros dois minutos, o moinho começou a descarregar material, e como seria de esperar, nos primeiros minutos saiu menos quantidade de material do que a que entra no moinho. No entanto nos três últimos baldes, o peso do material a sair do moinho estabilizou.

O volume útil é então a subtração dos 19kg que entram no circuito pelos 7.742 kg que saem do circuito nos 17min seguintes ao início da descarga do moinho. Por facilidade de cálculo o volume útil do moinho far-se-á em unidades mássicas, pois o caudal de alimentação está também em unidades mássicas – kg/min.

$$V_{\text{útil}} \leq V_{\text{mássico}}$$

Assim, volume do moinho foi calculado:

$$\begin{aligned} V_{\text{mássico}} &= q_{\text{entra}} - q_{\text{sai}} \\ V_{\text{mássico}} &= 19 - 7.742 = 11,26 \text{ kg} \end{aligned}$$

Equação 59.

IV.6.2 REGIME PERMANENTE

Por regime permanente, entende-se que o caudal que entra num circuito de cominuição é o mesmo que o caudal que sai do circuito, se esta condição se verificar, então o circuito está estabilizado.

Observando a tabela nº4 e o gráfico nº3, pode afirmar-se que o circuito se encontra estabilizado, apesar de haver ligeiras oscilações.

Conclui-se, portanto que o circuito encontra-se em regime permanente, mesmo não apresentando um patamar bem definido. Esta “instabilidade”, são ligeiras flutuações compatíveis com oscilações incontrolláveis do fluxo de alimentação, variação da granulometria de entrada. Por outro lado o facto de o moinho ser de descarga baixa, dificulta a estabilidade do moinho.

IV.7 DETERMINAÇÃO DO TEMPO DE RESIDÊNCIA

Como referido previamente, o cálculo do tempo de residência é essencial à realização do presente trabalho, uma vez que este depende do volume útil do moinho e do caudal de alimentação ao moinho, que é do nosso conhecimento.

Assim, tempo de residência obtém-se a partir da razão entre o volume útil calculado anteriormente e o caudal de entrada que admitimos, 1kg/min:

$$V_{\text{útil}} = 11,26 \text{ Kg}$$

$$Q_{entrada} = 1 \text{ kg/min}$$

$$Tr = \frac{V_{util}}{Q_{entra}}$$

$$Tr = 11,26 \text{ min}$$

Equação 60.

Com os dados recolhidos, composição granulométrica do produto moído, o volume útil do moinho e o calculo do tempo de residência médio que originou esse grau de moagem, cumpre-se assim o objetivo de obter todos os dados necessários para o ajuste do modelo a resultados experimentais.

IV.8 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados experimentais analisados correspondem aos três últimos lotes de amostras, balde nº15, nº16 e nº17, isto porque a descarga do moinho tem de apresentar um grau de moagem semelhante, ou seja, a distribuição granulométrica semelhante ao longo do tempo e ainda, porque os três lotes que apresentavam pesos aproximadamente iguais, ou seja, o circuito está estabilizado. Por isso, as primeiras amostras retiradas no ensaio em circuito aberto não foram estudadas.

IV.8.1 BALDE NÚMERO 15

Calibres (mm)	Peso (g)	Histograma	Cumulante
0,8500	6,6000	0,0081	0,9919
0,6010	14,9300	0,0184	0,9735
0,4250	37,8500	0,0466	0,9269
0,3005	83,1800	0,1023	0,8246
0,2125	114,3360	0,1407	0,6840
0,1503	101,4900	0,1249	0,5591
0,1063	102,3500	0,1259	0,4332
0,0751	84,9500	0,1045	0,3287
Infra Crivo	267,1700	0,3287	----
Σ	812,8560	1,0000	

Tabela 4. Distribuição granulométrica do material proveniente do balde nº15, correspondente aos 17min.

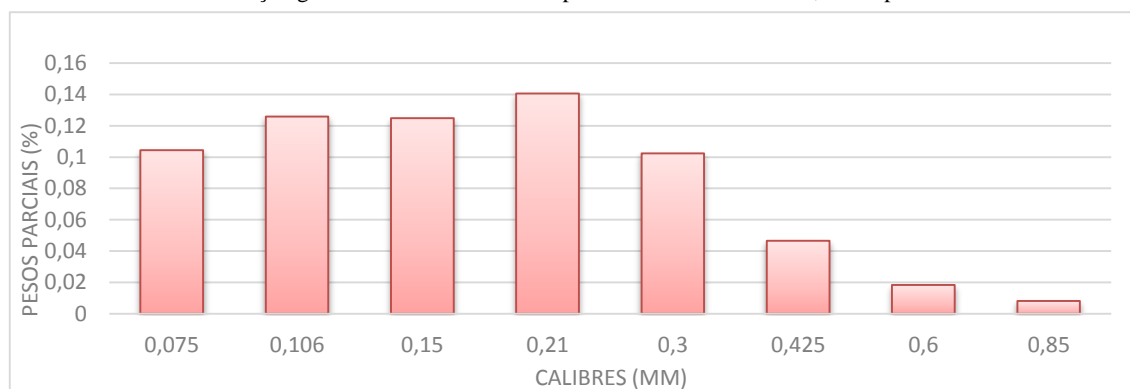


Gráfico 4. Histograma do balde nº15 correspondente aos 17 minutos.

IV.8.2 BALDE NÚMERO 16

Calibres (mm)	Peso (g)	Histograma	Cumulante
0,8500	6,9000	0,0083	0,9917
0,6010	13,3800	0,0160	0,9757
0,4250	45,2000	0,0541	0,9217
0,3005	87,4400	0,1046	0,8171
0,2125	123,3300	0,1475	0,6695
0,1503	128,5000	0,1537	0,5158
0,1063	117,4400	0,1405	0,3753
0,0751	70,5200	0,0844	0,2910
Infra Crivo	243,2300	0,2910	----
Σ	835,9400	1,0000	

Tabela 5. Distribuição granulométrica do material proveniente do balde nº16, correspondente aos 18min.

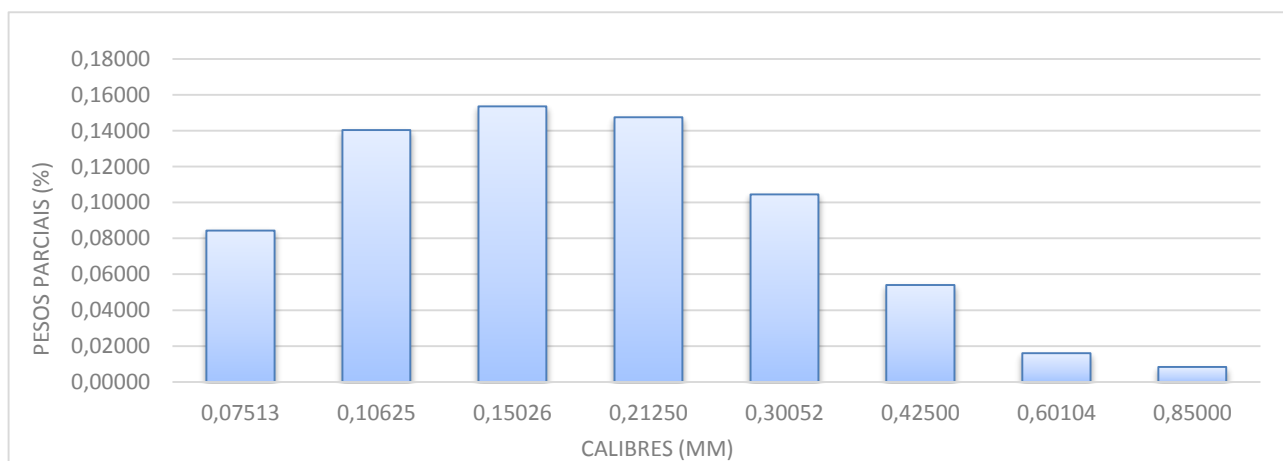


Gráfico 5. Histograma do balde nº16 correspondente aos 18 minutos.

IV.8.3 BALDE NÚMERO 17

Calibres (mm)	Peso (g)	Histograma	Cumulante
0,8500	8,2000	0,0099	0,9902
0,6010	16,2300	0,0195	0,9707
0,4250	47,6300	0,0572	0,9135
0,3005	97,0300	0,1165	0,7970
0,2125	125,8700	0,1512	0,6458
0,1503	121,2112	0,1456	0,5002
0,1063	108,9840	0,1309	0,3694
0,0751	88,0569	0,1057	0,2636
0,0531	26,3507	0,0316	0,2320
0,0376	21,4500	0,0258	0,2062
0,0266	34,3100	0,0412	0,1650
0,0188	22,2700	0,0267	0,1383
0,0133	29,9700	0,0360	0,1023
0,0094	16,9700	0,0204	0,0819
0,0066	20,6900	0,0249	0,0571
0,0047	11,0050	0,0132	0,0438
0,0033	13,0900	0,0157	0,0281
0,0023	6,7800	0,0081	0,0200
0,0017	7,6000	0,0091	0,0109
0,0012	3,5000	0,0042	0,0067
0,0008	3,5000	0,0042	0,0025
0,0006	2,0380	0,0025	0,0000
Σ	832,7358	1,0000	

Tabela 6. Distribuição granulométrica do material proveniente do balde nº17, correspondente aos 19min.

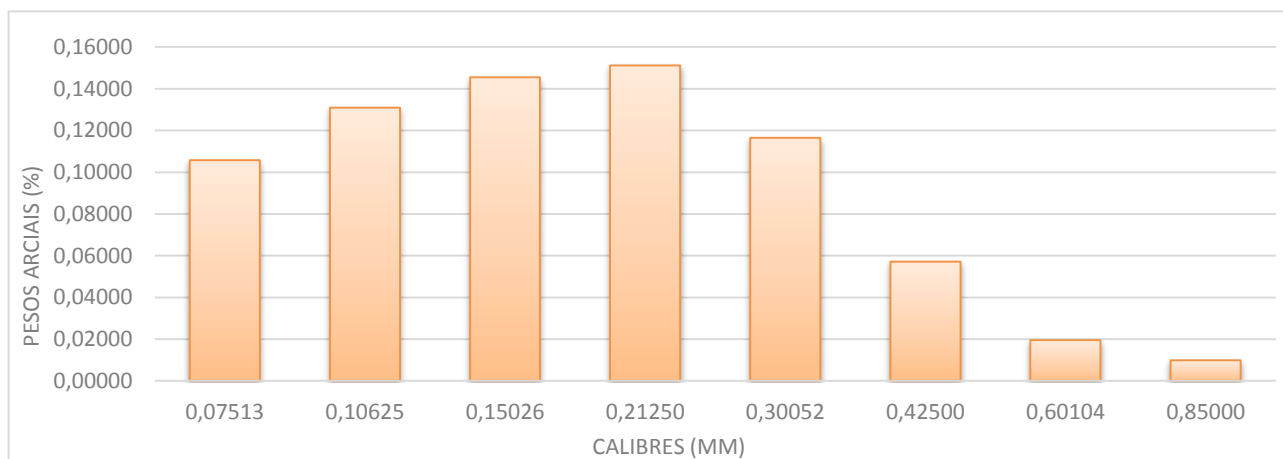


Gráfico 6. Histograma do balde nº17 correspondente aos 19 minutos.

Observando as tabelas dos histogramas correspondentes aos baldes nº16 e nº17, e escolhendo um calibre aleatório, verifica-se:

	calibre	peso (g)	Histograma	Cumulante
Balde nº 16	0,2125	123,33	0,1475	0,6695
Balde nº 17	0,2125	125,87	0,1511	0,6457

Tabela 7. Comparação da quantidade de material presente em diferentes amostras (balde nº16 e nº17) para o mesmo calibre (0,2125mm).

Analisando as tabelas (nº5, nº6 e nº7) e os histogramas acima apresentados, referentes aos baldes nº 16 e nº17, estas mostram que a estabilização está muito próxima, pois os seus histogramas apresentam um forma análoga. Relativamente à tabela nº7, verifica-se que para o mesmo calibre, as amostras correspondentes aos dois últimos baldes recolhidos durante o ensaio experimental, apresentam uma quantidade de material semelhante, assim como os seus histogramas e cumulantes são idênticos. Ou seja, o material que o moinho descarrega sai com uma composição granulométrica constante. Assim, para o desenvolvimento do modelo cinético de moagem escolhemos a amostra correspondente ao balde nº 17.

Em resumo, neste momento conhecemos:

- Caudal de alimentação, $Q=1\text{kg/min}$;
- Volume útil do moinho ou o caudal mássico que se encontra dentro do moinho, $V_{\text{mássico}}=11,26\text{kg}$;
- Tempo de residência, $Tr=11,26\text{min}$;
- Composição granulométrica da alimentação;
- Composição granulométrica final, balde nº17.

Por isso, temos todos os dados necessários para a obtenção dos parâmetros cinéticos que caracterizam o moinho.

V.

Ajuste do Modelo

O ajuste do modelo feito em circuito aberto, com um caudal de alimentação fixo e em regime permanente, significa que o tempo de residência é fixo, portanto assume-se que todas as partículas se encontram dentro do moinho, sujeitas ao processo de moagem durante o mesmo tempo.

Estamos portanto perante um transporte perfeito, por isso, o ajuste do processo de moagem pode ser modelado pelo algoritmo de moagem Batch.

V.1 ESTRATÉGIA PARA A RECUPERAÇÃO DOS PARÂMETROS

A determinação dos parâmetros cinéticos é feita através do modelo em Circuito Aberto anteriormente descrito. Como se sabe, o modelo implementado tem 4 parâmetros distribuídos da seguinte forma:

- Função Destruição – Pa e Pk;
- Função Formação – m1 e m2.

Este ajuste é realizado recorrendo a dois métodos distintos de ajuste, um implementado em Excel utilizando a função solver e outro em Matlab utilizando o algoritmo Levenberg-Marquardt, traduzido de linguagem de Visualbasic para linguagem Matlab.

A recuperação dos parâmetros foi realizada, em ambos os métodos, utilizando a integração analítica, sendo necessário definir a função objetivo, minimização dos quadrados. A função objetivo adotada, é a soma dos quadrados dos desvios, isto é a diferença entre os resultados simulados e os resultados reais (Experimentais).

$$D = \sum_{i=1}^n (W_i - W_i^*)^2$$

Equação 61.

W_i – Cumulante inferior da distribuição granulométrica real, Balde nº17, para a classe i

W_i^* – Cumulante inferior da distribuição granulométrica simulada, para a classe i

V.2 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO LEVENBERG-MARQUARDT

Para que o ajuste do modelo e o cálculo dos parâmetros cinéticos, recorrendo ao algoritmo de Levenberg-Marquardt, fosse exequível, foi imprescindível escrever uma sub-rotina do algoritmo da moagem em circuito aberto com integração analítica e uma sub-rotina do método de otimização Levenberg-Marquardt, existindo assim uma interação dos dados entre estas duas sub-rotinas, possibilitando o ajustamento dos parâmetros. Com o uso do método Levenberg-Marquardt, temos como objetivo o cálculo dos parâmetros cinéticos que melhor se ajustam aos resultados reais, utilizando assim

a função objetivo implementada. Este método foi escolhido por oferecer uma boa estabilidade, assim como um bom tempo de cálculo apresentando bons resultados.

Este método foi selecionado também por contemplar conjuntamente duas filosofias de pesquisas diferentes, que lhe conferem uma certa atitude inteligente: quando não tem bons resultados por um caminho, assume uma dada impaciência e muda de comportamento. (Leite M. R., Moagem não linear em moinho de barras, 1984)

V.3 DADOS UTILIZADOS PARA O AJUSTES DO MODELO

Os dados utilizados para o ajuste do modelo, foram:

- Composição granulométrica da alimentação ao moinho – material proveniente da pedreira da pedreira da madalena previamente crivado;
- Caudal de alimentação = 1kg/min;
- Tempo de residência fixo = 11,26 min,
- Vútil=11,26kg;
- Composição granulométrica do produto final experimental (real) – Balde nº 17;

<i>Calibres (mm)</i>	Alimentação			Balde nº17		
	Pesos (g)	Histograma	Cumulante	Peso (g)	Histograma	Cumulante
9,5000	3,7000	0,0024	0,9976	0,0000	0,0000	1,0000
6,7175	472,1000	0,3111	0,6865	0,0000	0,0000	1,0000
4,7500	379,6000	0,2501	0,4364	0,0000	0,0000	1,0000
3,3588	319,6000	0,2106	0,2258	0,0000	0,0000	1,0000
2,3750	187,2700	0,1234	0,1024	0,0000	0,0000	1,0000
1,6794	108,0100	0,0712	0,0312	0,0000	0,0000	1,0000
1,1875	38,2000	0,0252	0,0060	0,0000	0,0000	1,0000
0,8397	1,1800	0,0008	0,0052	8,2000	0,0099	0,9902
0,5938	0,6300	0,0004	0,0048	16,2300	0,0195	0,9707
0,4198	0,6200	0,0004	0,0044	47,6300	0,0572	0,9135
0,2969	0,5000	0,0003	0,0041	97,0300	0,1165	0,7970
0,2099	0,5200	0,0003	0,0037	125,8700	0,1512	0,6458
0,1484	0,2000	0,0001	0,0036	121,2117	0,1456	0,5003
0,1050	0,0000	0,0000	0,0036	108,9840	0,1309	0,3694
0,0742	0,0000	0,0000	0,0036	88,0569	0,1057	0,2637
0,0525	0,0000	0,0000	0,0036	26,3507	0,0316	0,2320
Infra	0,0000	0,0000		193,2100	0,2320	
Σ	1512,1300	0,9964		832,7733	1,0000	

Tabela 8. Dados utilizados para o ajuste do modelo.

V.4 AJUSTE DOS PARÂMETROS CINÉTICOS

Como foi referido anteriormente, no ponto VI.1 da página 43, os parâmetros cinéticos foram determinados empregando dois métodos distintos de ajuste, um utilizando o método Levenberg-Marquardt e o segundo recorrendo à função solver que o Excel disponibiliza.

Como seria de esperar estes dois métodos de ajuste não podem obter exatamente o mesmo resultado quando comparados, pois apesar de utilizarem a mesma função objetivo, o seu cálculo é feito de distintas maneiras. Assim, foi necessário fazer mais do que um ajuste para cada um dos softwares utilizados, partindo de diferentes combinações de parâmetros, verificando se os ajustes calculados apresentavam um erro de 0,05 entre eles (para os primeiros dois parâmetros, Pa e Pk).

V.4.1 RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO O LEVENBERG-MARQUARDT

	1º Combinaçã o parâmetros	Resultad o	2ºCombinaçã o parâmetros	Resultad o	3ºCombinaçã o parâmetros	Resultad o	4ºCombinaçã o parâmetros	Resultad o
<i>Pa</i>	0,5000	0,9360	0,7000	0,9083	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
<i>Pk</i>	0,5000	0,8578	0,9000	0,8632	0,6000	0,8208	0,5000	0,8490
<i>m1</i>	0,5000	3,0435	0,3000	2,6635	0,5000	2,4208	0,5000	2,8481
<i>m2</i>	0,5000	6,3208	1,0000	4,4133	1,0000	7,8719	0,5000	5,5556
<i>Produto Final Real</i>	Histograma		Histograma		Histograma		Histograma	
	Produto Final Simulado	Desvio	Produto Final Simulado	Desvio	Produto Final Simulado	Desvio	Produto Final Simulado	Desvio
<i>0,0000</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<i>0,0000</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<i>0,0000</i>	0,0002	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000
<i>0,0000</i>	0,0009	0,0000	0,0011	0,0000	0,0008	0,0000	0,0007	0,0000
<i>0,0000</i>	0,0030	0,0000	0,0035	0,0000	0,0030	0,0000	0,0025	0,0000
<i>0,0000</i>	0,0084	0,0001	0,0092	0,0001	0,0084	0,0001	0,0075	0,0001
<i>0,0000</i>	0,0186	0,0003	0,0198	0,0004	0,0185	0,0003	0,0174	0,0003
<i>0,0095</i>	0,0350	0,0006	0,0361	0,0007	0,0348	0,0006	0,0338	0,0006
<i>0,0189</i>	0,0570	0,0015	0,0574	0,0015	0,0569	0,0014	0,0563	0,0014
<i>0,0554</i>	0,0809	0,0006	0,0799	0,0006	0,0800	0,0006	0,0809	0,0006
<i>0,1129</i>	0,1021	0,0001	0,0996	0,0002	0,0997	0,0002	0,1029	0,0001
<i>0,1465</i>	0,1158	0,0009	0,1122	0,0012	0,1127	0,0011	0,1172	0,0009
<i>0,1411</i>	0,1192	0,0005	0,1153	0,0007	0,1159	0,0006	0,1207	0,0004
<i>0,1269</i>	0,1123	0,0002	0,1091	0,0003	0,1096	0,0003	0,1135	0,0002
<i>0,1025</i>	0,0976	0,0000	0,0957	0,0000	0,0961	0,0000	0,0983	0,0000
<i>0,0307</i>	0,0787	0,0023	0,0783	0,0023	0,0787	0,0023	0,0790	0,0023
	Σ	0,0073	Σ	0,0079	Σ	0,0077	Σ	0,0069

Tabela 9. Ajuste dos parâmetros cinéticos, partindo de diferentes combinações de parâmetros iniciais, utilizando o método de ajustamento do Levenberg-Marquardt.

V.4.2 RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO O SOLVER

	1°	Resultado	2°	Resultado	3°	Resultado	4°	Resultado
	Combinação parâmetros		Combinação parâmetros		Combinação parâmetros		Combinação parâmetros	
<i>Pa</i>	0,7000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
<i>Pk</i>	0,9000	0,9564	0,6000	0,9230	0,5000	0,9293	0,7000	0,9517
<i>m1</i>	0,3000	6,4635	0,5000	6,0441	0,5000	6,4236	2,0000	6,6613
<i>m2</i>	1,0000	2,7193	1,0000	6,8123	0,5000	6,6490	3,0000	3,5524
	Histograma		Histograma		Histograma		Histograma	
Produto Final Real	Produto Final Simulado	Desvio	Produto Final Simulado	Desvio	Produto Final Simulado	Desvio	Produto Final Simulado	Desvio
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000
0,0000	0,0004	0,0000	0,0004	0,0000	0,0004	0,0000	0,0004	0,0000
0,0000	0,0018	0,0000	0,0016	0,0000	0,0017	0,0000	0,0017	0,0000
0,0000	0,0052	0,0000	0,0049	0,0000	0,0049	0,0000	0,0052	0,0000
0,0000	0,0127	0,0002	0,0118	0,0001	0,0119	0,0001	0,0125	0,0002
0,0098	0,0255	0,0002	0,0242	0,0002	0,0244	0,0002	0,0253	0,0002
0,0195	0,0443	0,0006	0,0427	0,0005	0,0429	0,0005	0,0439	0,0006
0,0572	0,0670	0,0001	0,0659	0,0001	0,0660	0,0001	0,0667	0,0001
0,1165	0,0900	0,0007	0,0899	0,0007	0,0900	0,0007	0,0898	0,0007
0,1511	0,1084	0,0018	0,1098	0,0017	0,1097	0,0017	0,1085	0,0018
0,1456	0,1182	0,0007	0,1208	0,0006	0,1205	0,0006	0,1185	0,0007
0,1309	0,1175	0,0002	0,1206	0,0001	0,1203	0,0001	0,1180	0,0002
0,1057	0,1072	0,0000	0,1100	0,0000	0,1097	0,0000	0,1077	0,0000
0,0316	0,0902	0,0034	0,0920	0,0036	0,0919	0,0036	0,0907	0,0035
	Σ	0,0080	Σ	0,0078	Σ	0,0078	Σ	0,0080

Tabela 10. Ajuste dos parâmetros cinéticos, partindo de diferentes combinações de parâmetros iniciais, utilizando o função solver do Excel.

Como se pode verificar, quando estudamos as tabelas nº8 e nº9, apuramos que de diferentes combinações de parâmetros iniciais, obtemos diferentes combinações parâmetros finais, isto sugere que estamos perante uma instabilidade do ajuste. No entanto, esta instabilidade é mais acentuada quando se trata do ajuste feito pelo método de Levenberg-Marquardt, o que nos leva a acreditar que possa ter havido um erro de tradução da linguagem de Visualbasic para a linguagem de Matlab.

Comparando o resultado dos parâmetros cinéticos das quatro combinações apresentadas na tabela nº9, verifica-se que são parâmetros dentro dos critérios estabelecidos anteriormente, ou seja, os dois primeiros parâmetros, *Pa* e *Pk* apresentam um erro menor que 0,05 entre si, o parâmetro *m1*, em todas as corridas apresenta um valor semelhante, indicando que se encontram no mesmo “nível” de ajuste.

Relativamente, ao parâmetro m_2 , a 1ª e 4ª combinações de parâmetros apresentam valores muito distantes das outras duas combinações, portanto serão excluídos.

Assim, restam-nos apenas duas combinações possíveis de serem utilizadas. Para que esta dúvida se dissipe, verifiquemos os resultados do somatório dos desvios. Concluimos pois, que a combinação de parâmetros escolhida para a caracterização do moinho e para o estudo do circuito fechado, será a combinação nº2 obtida a partir do Excel.

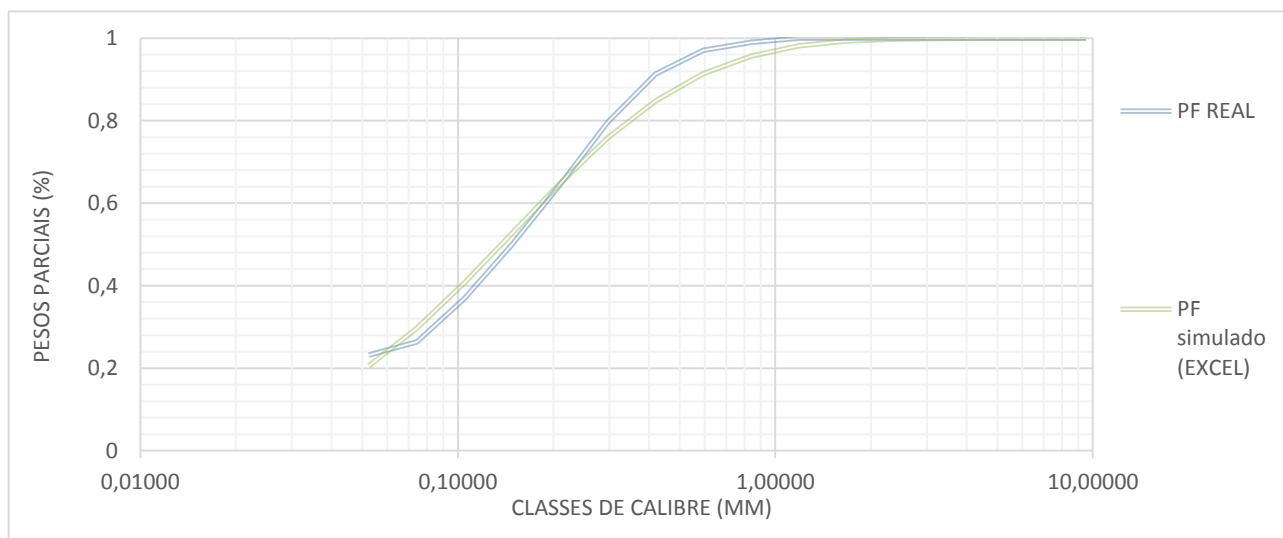


Gráfico 7. Ajustamento do Produto final simulado (Excel) ao Produto final experimental.

Em suma, obtivemos os seguintes dados:

- $P_a=1,0$;
- $P_k=0,92$;
- $m_1=6,04$;
- $m_2=6,81$.

Em jeito de conclusão, podemos referir que, como se pode observar pelo Gráfico anterior, a aderência entre o modelo e à realidade não é satisfatória. Por outro lado, a otimização dos parâmetros cinéticos, quer recorrendo ao Levenberg-Marquardt, quer ao SOLVER do Excel, Tabela 9 e 10, apresentam grande instabilidade. A não muito boa qualidade dos ajustes e a grande instabilidade podem dever-se aos seguintes fatores:

- O circuito ainda não tinha atingido o regime permanente;
- O modelo foi construído assumindo que, o mecanismo de transporte das partículas dentro do moinho era feito em regime descontínuo, em que é garantido a todas as partículas o mesmo tempo de residência. Ora o moinho por nós usado, nos ensaios experimentais, tinha descarga baixa, e é sabido que neste tipo de moinhos há um desvio significativo relativamente ao Transporte Perfeito.

VI.

**Ensaio Experimental –
Circuito Fechado**

VI.1 OBJETIVOS

O objetivo primordial é a validação do circuito Fechado, mas para isso será necessário:

- Retirar amostras de três pontos essenciais do circuito fechado, descarga do moinho, overflow, underflow;
- Determinação da carga circulante;
- Determinação da curva de partição do classificador;

VI.2 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

O dispositivo experimental é constituído por um silo, uma tela transportadora, por um moinho de bolas, como anteriormente foi referido para o ensaio em circuito aberto ao qual se adicionou um equipamento de classificação do tipo Akins.



Ilustração 8. Classificador Akins. (LNEG)

VI.3 PLANEAMENTO DA AMOSTRAGEM

No planeamento da amostragem necessitamos de caracterizar os diferentes fluxos que caracterizam o circuito fechado. Assim, precisamos de recolher amostras da descarga do moinho, underflow (retorno) e ainda do overflow (produto final da moagem).

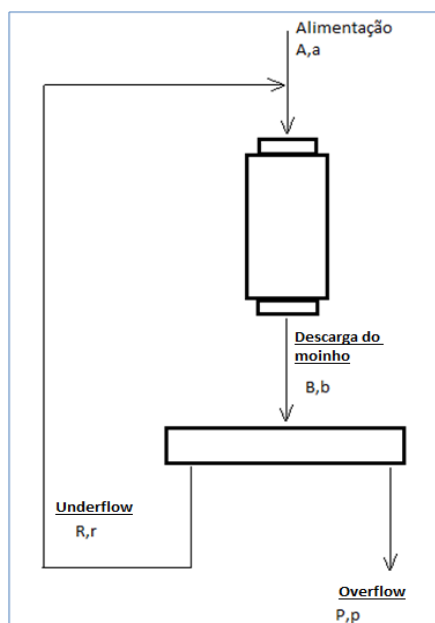


Ilustração 9. Esquema do circuito fechado.

Legenda:

A – Caudal de alimentação do circuito

B – Caudal de descarga do moinho

P – Caudal de produto final

R – Caudal de Retorno

Composições granulométricas – a, b, r, p

Os balanços de massa tem como base de cálculo, o princípio da conservação da massa e a fórmula mais usada nos cálculos, é a fórmula dos dois produtos (“two-product formula”)

Considerando um nó simples num processo de separação, este é constituído por 3 ramos, associados aos caudais mássicos que os atravessam (designados por B, R, P) e as composições granulométricas do componente em estudo (designados por b, r, p). Neste tipo de análises os componentes normalmente analisados são os teores, a percentagem de sólidos e a percentagem do material em cada calibre.

Para cada nó do circuito poder-se-á escrever várias equações de balanço, conferindo sinal positivo aos fluxos de entrada e sinal negativo aos fluxos de saída, as equações de balanço total e de balanço em componente adotando as formas:

- uma equação referente aos balanços de massa totais

$$A - P - R = 0$$

Equação 62.

- N equações, uma equação por cada massa de componente analisado.

$$A * a - P * p - R * r = 0$$

Equação 63.

Sabe-se que a carga circulante é calculada através da relação entre o retorno (R) e a alimentação do circuito (A), temos por isso:

$$CC = \frac{R}{A} * 100$$

Equação 64.

Analisando o circuito em condições de equilíbrio, retira-se as seguintes relações:

$$A = P$$

$$A + R = B$$

$$Bb = Pp + Rr$$

Equação 65.

Como na 1ª relação A=P, pode-se substituir na 3ª relação, ficando assim:

$$Bb = Ap + Rr$$

Equação 66.

Continuando com as substituições, verifica-se que a 2ª relação também pode ser substituída na 3ª relação, apresentando-se assim como:

$$(A + R)b = Ap + Rr$$

Equação 67.

Resolvendo a equação de modo a ficarmos com a carga circulante tem-se:

$$Ab + Rb = Ap + Rr$$

$$\frac{R}{A} = \frac{(p - b)}{(b - r)}$$

Equação 68.

Como acabamos de ver, a carga circulante pode ser calculada através dos fluxos entorno do classificador. Por isso, a amostragem será feita a partir da colheita de amostras do overflow e depois do underflow.

Dos diferentes fluxos apenas temos acesso:

- Caudal de alimentação;
- Caudal da descarga do moinho;
- Caudal de produto final;
- Caudal de retorno.

VI.3.1 CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO, SEGUNDO TESTUT

Para que um circuito fechado opere de um modo mais eficaz este terá de se encontrar em equilíbrio, isto é, em regime permanente, o que significa que o caudal de entrada terá de ser igual ao caudal de saída. Assim sendo, o método de balanços de massa segundo Testut, tem como objetivo a verificação do equilíbrio do sistema. Para que tal aconteça será necessário a realização de balanços de massa, que são constituídos pelos balanços de massas totais e os balanços das massas dos vários componentes determinados em todos os nós do circuito.

Como será de esperar o circuito não atinge o equilíbrio no instante inicial, isto é, o equilíbrio é atingido com o decorrer do tempo. É essencial que o circuito atinja o equilíbrio, sendo o cálculo da carga circulante fundamental. Este cálculo é feito a partir da percentagem de material em cada lote granulométrico.

Uma forma fácil e simples do cálculo da carga circulante é graficamente. Consideremos então:

$$CC = \frac{R}{A} = \frac{(p_i - b_i)}{(b_i - r_i)}$$

Equação 69.

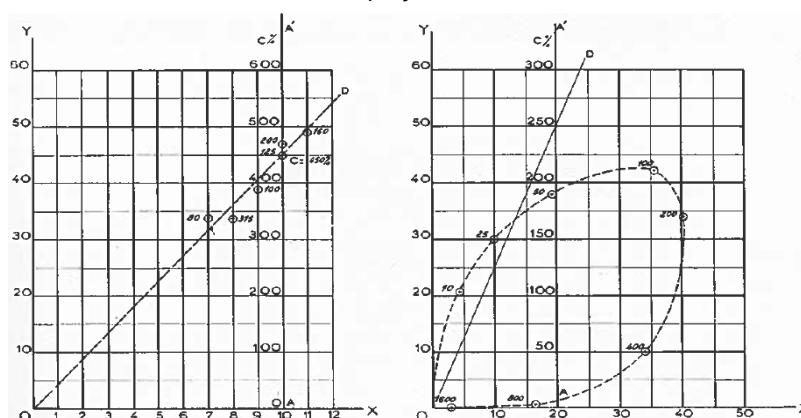


Ilustração 10. Gráficos representativos das diferentes cargas circulantes.

Gráfico da Esquerda: representa um circuito em equilíbrio (CC=450%)

Gráfico da direita: Representa um circuito em desequilíbrio (Testut, 1958)

Se o circuito se encontrar em perfeito equilíbrio e se a amostragem e crivagem dos produtos b , p e r forem perfeitos, todos os pontos do gráfico são representados numa reta.

Como se pode verificar, segundo Testut, o sistema encontra-se em equilíbrio se o gráfico representativo das diferentes cargas circulantes, calculadas para os diferentes calibres, se ajustar a uma reta, sendo a carga circulante do circuito correspondente ao declive da reta.

VI.3.2 RECONCILIAÇÃO DE DADOS

O método de reconciliação de dados tem como premissa a melhor estimativa para o rendimento ponderal, α^* , para a carga circulante e curva de partição. Esta necessidade encontra-se pelo facto de existirem dados super abundantes. Sem este tipo de estimativa e reconciliação, o problema seria escolher qual o dado a ser utilizado, para um balanço de massa mais correto.

Pode afirmar-se que nenhum dos dados super abundantes será indicado para o cálculo do balanço de massa, uma vez que:

- A colheita das amostras nos vários fluxos, esta sempre sujeita a erros, por falta de representatividade;
- As técnicas analíticas usadas para o tratamento das amostras estão sujeitas a erro;
- Os regimes permanentes contínuos não existem nos circuitos de tratamento de minérios, a não ser durante tempos muito curtos, pelo que fluxos amostrados em tempos distintos correspondem, em geral, a regimes diferentes. (Leite M. R., 2010)

Para que se consiga balanços de massa concordantes é necessário utilizar todos os dados para a determinação do rendimento ponderal, α^* , ajustando todos os dados conciliando com a estimativa do novo rendimento ponderal.

VI.3.2.1 Estimativa do Rendimento Ponderal

Para uma melhor compreensão tome-se o exemplo dos dados retirados do ensaio, os diferentes calibres, na descarga do moinho, o underflow e o overflow. Analisando a tabela nº10 observa-se que para os diferentes calibres obtém-se diferentes rendimentos ponderais. Todos estes rendimentos ponderais foram calculados, tendo em consideração que a perspectiva analítica era exata e todos as equações de balanço igualadas a zero, como foi referido anteriormente, a grande dificuldade coloca-se em escolher qual dos rendimentos ponderais a utilizar, para se obter um balanço de massa o mais real possível.

$$b_i - \alpha * r_i - (1 - \alpha) * p_i = 0$$

Equação 70.

Como foi exposto anteriormente, o circuito em causa é constituído por uma única separação, sendo de esperar um único rendimento ponderal, no entanto isso não se verifica. Assim terá de se substituir cada α_j , pelo valor de α , obtendo-se as equações do erro de fecho, Δ_j , para cada equação de balanço.

$$b_i - \alpha * r_i - (1 - \alpha) * p_i = \Delta_j$$

Equação 71.

Para se calcular o rendimento ponderal estimado, α^* , podem ser utilizados dois métodos de cálculo, no entanto apenas o que foi utilizado será abordado.

A melhor estimativa é feita pela minimização da soma dos quadrados dos erros de fecho de cada equação de balanço, para de seguida se proceder ao cálculo dos ajustes de cada componente como objetivo tornar o balanço coerente. Os ajustes procedem-se pela distribuição dos erros de fecho.

$$S = \sum_{j=1}^n \Delta_j^2$$

Equação 72.

O método de estimação exposto é, o de mais fácil implantação. Este método requer a substituição da equação de erros de fechos, Δ_j , na equação acima referida, obtendo-se a equação:

$$S = \sum_j (p_i - b_i)^2 + \alpha^2 \sum_j (p_i - r_i)^2 - 2\alpha \sum_j (p_i - b_i) * (p_i - r_i)$$

Equação 73.

Sendo que S nunca poderá ser zero, terá um mínimo quando a sua derivada, $dS/d\alpha = 0$, se anular, ficando assim:

$$2\alpha \sum_j (p_i - r_i)^2 - 2 \sum_j (p_i - b_i) * (p_i - r_i) = 0$$

Equação 74.

Perante estes desenvolvimentos, temos que a melhor estimativa para o rendimento ponderal é:

$$\alpha^* = \frac{\sum_j (p_i - b_i) * (p_i - r_i)}{\sum_j (p_i - r_i)^2}$$

Equação 75.

VI.3.2.2 Ajuste dos valores dos diversos componentes para chegar à curva de partição

Depois da estimativa do rendimento ponderal, α^* , irá calcular-se os ajustes para cada um dos componentes, para estarem em concordância com o novo rendimento ponderal. Para que tal seja possível será necessário obter-se as seguintes equações:

$$\Delta b_i = b_i - b_i^*$$

Equação 76.

$$\Delta p_i = p_i - p_i^*$$

Equação 77.

$$\Delta r_i = r_i - r_i^*$$

Equação 78.

$$b_i^* - \alpha^* * r_i^* - (1 - \alpha^*) * p_i^* = 0$$

Equação 79.

Substituindo a 1ª equação pela 2ª equação irá adquirir-se uma equação em que apenas se desconhece os valores de $\Delta x_{i,j}$, sendo:

$$(b_i - \Delta b_i) - \alpha^* * (r_i - \Delta r_i) - (1 - \alpha^*) * (p_i - \Delta p_i) = 0$$

Equação 80.

Substituindo os α por α^* na equação de erros de fecho e subtraindo membro a membro pela equação acima mencionada temos outra equação:

$$\Delta b_i - \alpha^* * \Delta r_i - (1 - \alpha^*) * \Delta p_i = \Delta_j$$

Equação 81.

Apesar de se querer minimizar os erros de fecho, a liberdade não é total, uma vez que os erros têm de satisfazer a equação anterior, chamando-lhe assim constrição.

De maneira a resolver-se este problema é usual utilizar-se multiplicadores de Lagrange que se resume em três pontos essenciais:

1. Escrever todas as constrições e igualar a zero

$$\Delta_j - \Delta b_i + \alpha^* * \Delta r_i + (1 - \alpha^*) * \Delta p_i = 0$$

Equação 82.

2. Escreve-se a função lagrangeana:

$$L = \sum_j (\Delta b_i^2 + \Delta p_i^2 + \Delta r_i^2) + 2\lambda_j \sum_j (\Delta_j - \Delta b_i + \alpha^* * \Delta r_i + (1 - \alpha^*)\Delta p_i)$$

Equação 83.

Sendo esta a soma da função S mais a constrição multiplicada pelo multiplicador de Lagrange, λ .

3. Realiza-se as derivadas parciais da Lagrangeana em ordem a cada incógnita igualada a zero. Sendo esta a solução para o mínimo de S' constrangido.

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta b_i} = 2\Delta b_i - 2\lambda = 0 \Rightarrow \Delta b_i = \lambda$$

Equação 84.

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta p_i} = 2\Delta p_i + 2\lambda * \alpha^* = 0 \Rightarrow \Delta p_i = -\lambda * \alpha^*$$

Equação 85.

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta r_i} = 2\Delta r_i + 2\lambda_i * (1 - \alpha^*) = 0 \Rightarrow \Delta r_i = -\Delta \lambda_i * (1 - \alpha^*)$$

Equação 86.

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2(\Delta_j - \Delta b_i + \alpha^* * \Delta r_i + (1 - \alpha^*) * \Delta p_i) = 0$$

Equação 87.

Substituindo as três primeiras equações acima escritas na última equação obtém-se:

$$\Delta_j = \Delta \lambda_j + \alpha^{*2} * \Delta \lambda_j + (1 - \alpha^*)^2 * \Delta \lambda_j = \lambda_j (1 + \alpha^{*2} + (1 - \alpha^*)^2) = \lambda_j * h$$

Equação 88.

$$h = 1 + \alpha^* + (1 - \alpha^*)^2$$

Equação 89.

Depois deste resultado e visto já se ter estimado o α^* , calcula-se o h pela equação acima referida, procedendo-se de seguida ao calculo de todos os erros de fecho, Δ_j . Ter-se-á então as seguintes equações:

$$\lambda_j = \frac{\Delta_j}{h}$$

Equação 90.

$$\Delta b_i = \frac{\Delta_j}{h}$$

Equação 91.

$$\Delta r_i = -\lambda_j * \alpha^* = -\alpha^* * \frac{\Delta_j}{h}$$

Equação 92.

$$\Delta p_i = -\lambda_j * (1 - \alpha^*) = -(1 - \alpha^*) * \frac{\Delta_j}{h}$$

Equação 93.

VI.4 ESTRATÉGIA EXPERIMENTAL

Como qualquer ensaio, foi necessário estudar a estratégia de funcionamento do circuito e ainda a colheita de amostras. Assim, escolheu-se retirar amostras de três locais distintos do circuito em três momentos diferenciados.

Estratégia adotada:

1. Ligar o circuito;
2. Esperar até que o caudal de retorno chegue ao moinho;
3. Contar com o cronómetro 5 minutos;
4. Após este intervalo de tempo, retirar uma amostra do overflow, durante 1 min,
5. De seguida retirar uma amostra do alimentação, durante 1 minuto;
6. E por fim retirar a amostra da underflow, durante 1 minuto;

VI.5 REALIZAÇÃO DO ENSAIO

Como foi abordado na estratégia experimental, o ensaio em circuito fechado foi realizado com o intuito de se obter três amostras de três locais distintos do circuito.

As amostras foram recolhidas ao fim de 5min, após o moinho começar a ser alimentado com mistura (Caudal de Alimentação + Caudal de Retorno). Foram recolhidas três amostras, uma do overflow, da descarga do moinho, e underflow, todas recolhidas por esta ordem, uma vez que ao retirar cada amostra houve uma perturbação do circuito, portanto com esta ordem de recolha, as amostras foram recolhidas sem que a perturbação não interferir-se com a amostra a ser recolhida de seguida.

A realização do ensaio correu conforme o planeado, sem qualquer tipo de distúrbios e com a recolha das amostras de forma organizada e pré-estabelecida.

VI.5.1 ESTUDO DAS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO DO CIRCUITO:

VI.5.1.1 Amostra correspondente aos 5 minutos

Calibres (mm)	Descarga do moinho (B,b)			Overflow (P,p)			Underflow (R,r)		
	Peso (g)	Hist. ³	Cumulante	Peso (g)	Hist.	Cumulante	Peso (g)	Hist.	Cumulante
0,2999	304,7000	0,1899	0,8101	0,2100	0,0005	0,9995	148,9000	0,2714	0,7286
0,2120	254,2900	0,1585	0,6516	0,6100	0,0016	0,9979	113,1691	0,2063	0,5223
0,1499	261,9950	0,1633	0,4883	5,3116	0,0137	0,9842	116,8283	0,2129	0,3094
0,1060	258,2124	0,1609	0,3273	29,1396	0,0751	0,9091	97,2581	0,1773	0,1321
0,0750	181,4817	0,1131	0,2142	76,6336	0,1976	0,7115	44,6900	0,0815	0,0506
0,0530	90,7085	0,0565	0,1577	57,3696	0,1479	0,5635	16,6461	0,0303	0,0203
0,0375	51,4984	0,0321	0,1256	38,7776	0,1000	0,4635	4,9846	0,0091	0,0112
0,0265	57,3611	0,0358	0,0898	48,9700	0,1263	0,3373	2,3648	0,0043	0,0069
0,0187	27,8598	0,0174	0,0724	24,9996	0,0645	0,2728	0,6569	0,0012	0,0057
0,0133	32,2686	0,0201	0,0523	28,3528	0,0731	0,1997	1,0587	0,0019	0,0038
0,0094	16,9316	0,0106	0,0418	14,6080	0,0377	0,1620	0,5951	0,0011	0,0027
0,0066	19,6519	0,0122	0,0295	17,4964	0,0451	0,1169	0,4714	0,0009	0,0018
0,0047	9,9901	0,0062	0,0233	9,4620	0,0244	0,0925	0,1391	0,0003	0,0016
0,0033	11,8193	0,0074	0,0159	11,7196	0,0302	0,0623	0,1700	0,0003	0,0013
0,0023	6,3787	0,0040	0,0120	6,4740	0,0167	0,0456	0,1546	0,0003	0,0010
0,0017	7,7857	0,0049	0,0071	7,7024	0,0199	0,0258	0,2550	0,0005	0,0005
0,0012	4,0336	0,0025	0,0046	3,7516	0,0097	0,0161	0,1391	0,0003	0,0003
0,0008	4,4557	0,0028	0,0018	3,9176	0,0101	0,0060	0,1391	0,0003	0,0000
Infra Crivo	2,9079	0,0018	-----	2,3240	0,0060	-----	0,0000	0,0000	-----
Σ	1604,3300	1,0000		387,8300	1,0000		548,6200	1,0000	

Tabela 11. Resultados da colheita de amostra correspondente aos 5 minutos.

Podemos estudar o regime permanente, como vimos anteriormente, por dois métodos distintos:

- Condições de equilíbrio segundo Testut,
- Reconciliação de dados.

³ Histograma

VI.6 TRATAMENTO DE DADOS RECOLHIDOS

VI.6.1 CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO, SEGUNDO TESTUT

Calibres (mm)	B (Descarga do moinho)	P (Overflow)	R (Underflow)	Carga Circulante		
				pi-bi	bi-ri	(pi-bi)/(bi-ri)
0,299857	0,810076	0,999459	0,728592	0,1894	0,0815	2,3241
0,212031	0,651574	0,997886	0,522312	0,3463	0,1293	2,6791
0,149929	0,488269	0,98419	0,309363	0,4959	0,1789	2,7720
0,106016	0,327322	0,909055	0,132085	0,5817	0,1952	2,9796
0,074964	0,214202	0,711459	0,050626	0,4973	0,1636	3,0399
0,053008	0,157662	0,563535	0,020284	0,4059	0,1374	2,9544
0,037482	0,125563	0,463548	0,011199	0,3380	0,1144	2,9553
0,0265	0,35	1,34	0,03	0,9900	0,3200	3,0938

Tabela 12. Calculo da Carga Circulante ao fim de 5 minutos.

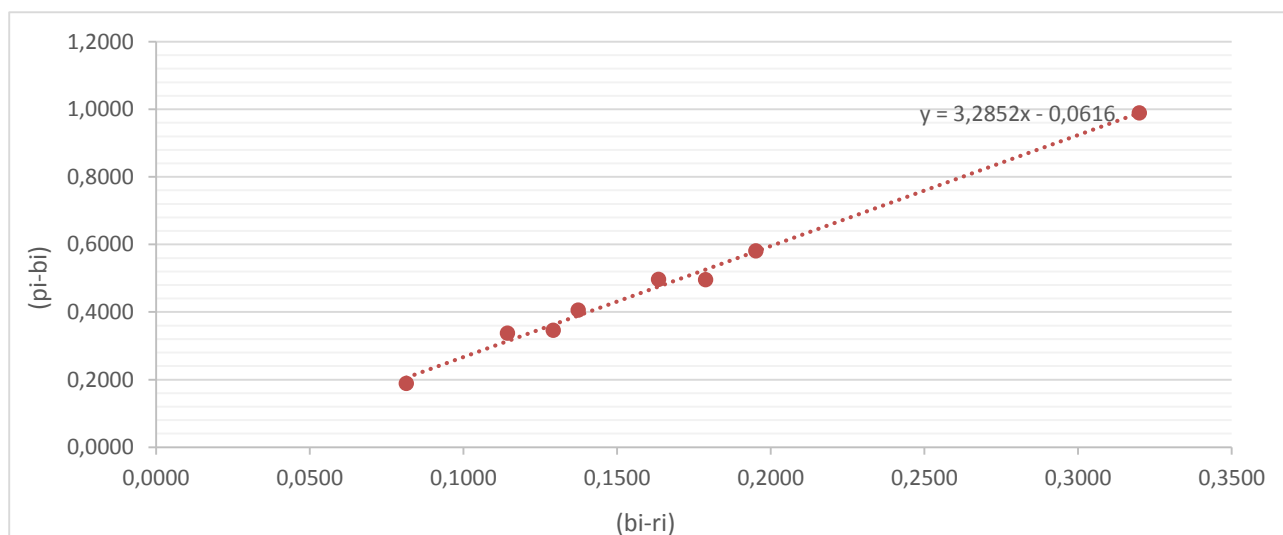


Gráfico 8. Representação gráfica da carga circulante ao fim de 5 minutos.

Como se pode verificar observando o gráfico nº8, segundo Testut, o circuito encontra-se em equilíbrio ao fim de 5min, com uma carga circulante de 3,28, correspondente o declive da reta representada.

VI.6.2 RECONCILIAÇÃO DE DADOS

VI.6.2.1 Estimação do rendimento ponderal e da carga circulante.

Calibres (mm)	Descarga do moinho bi	Produto final pi	Retorno ri	(pi-bi)	(pi-ri)	α Calculado	(pi-bi)*(pi-ri)	(pi-ri)^2	α^*	CC
0,2999	0,1899	0,0005	0,2714	-0,1894	-0,2709	0,6992	0,0513	0,0734	0,7406	2,3241
0,2121	0,1585	0,0016	0,2063	-0,1569	-0,2047	0,7666	0,0321	0,0419		
0,1500	0,1633	0,0137	0,2129	-0,1496	-0,1993	0,7508	0,0298	0,0397		
0,1060	0,1609	0,0751	0,1773	-0,0858	-0,1021	0,8401	0,0088	0,0104		
0,0750	0,1131	0,1976	0,0815	0,0845	0,1161	0,7274	0,0098	0,0135		
0,0530	0,0565	0,1479	0,0303	0,0914	0,1176	0,7772	0,0107	0,0138		
0,0375	0,0321	0,1000	0,0091	0,0679	0,0909	0,7468	0,0062	0,0083		
0,0265	0,0358	0,1263	0,0043	0,0905	0,1220	0,7422	0,0110	0,0149		
0,0187	0,0174	0,0645	0,0012	0,0471	0,0633	0,7444	0,0030	0,0040		
0,0133	0,0201	0,0731	0,0019	0,0530	0,0712	0,7445	0,0038	0,0051		
0,0094	0,0106	0,0377	0,0011	0,0271	0,0366	0,7412	0,0010	0,0013		
0,0066	0,0122	0,0451	0,0009	0,0329	0,0443	0,7426	0,0015	0,0020		
0,0047	0,0062	0,0244	0,0003	0,0182	0,0241	0,7526	0,0004	0,0006		
0,0033	0,0074	0,0302	0,0003	0,0229	0,0299	0,7640	0,0007	0,0009		
0,0023	0,0040	0,0167	0,0003	0,0127	0,0164	0,7749	0,0002	0,0003		
0,0017	0,0049	0,0199	0,0005	0,0150	0,0194	0,7738	0,0003	0,0004		
0,0012	0,0025	0,0097	0,0003	0,0072	0,0094	0,7600	0,0001	0,0001		
0,0008	0,0028	0,0101	0,0003	0,0073	0,0098	0,7437	0,0001	0,0001		
						Σ	0,1707	0,2305		

Tabela 13. Cálculo do Rendimento ponderal (α^*) e Carga circulante (CC).

Para se quantificar a eficiência do classificador, é necessário recorrer à curva de partição. Como curva de partição entende-se como sendo a probabilidade de uma partícula de calibre inferior ao calibre de corte sair pelo overflow.

Calibre (mm)	Calculo do erro de fecho (Δ_j)				Calculo dos ajustes (Δx_{ij})			Componentes ajustadas			Calculo do erros de fecho = Δ_i após ajuste					CP REAL
	b_{ij}	$(1-\alpha^*) \cdot \pi_i$	$\alpha^* \cdot r_i$	Δ_j	Δb_i	$\Delta \pi_i$	Δr_i	b_i^*	π_i^*	r_i^*	b_i^*	$(1-\alpha^*) \cdot \pi_i^*$	$\alpha^* \cdot r_i^*$	Δ_i^*	$\alpha^* (r_i^* / b_i^*)$	
0,2999	0,1899	0,0001	0,2010	-0,0112	-0,0069	0,0018	0,0051	0,1969	-0,0013	0,2663	0,1969	-0,0003	0,1972	0,0000	1,00	
0,2120	0,1585	0,0004	0,1528	0,0053	0,0033	-0,0009	-0,0024	0,1552	0,0024	0,2087	0,1552	0,0006	0,1546	0,0000	1,00	
0,1499	0,1633	0,0036	0,1577	0,0021	0,0013	-0,0003	-0,0009	0,1620	0,0140	0,2139	0,1620	0,0036	0,1584	0,0000	0,98	
0,1060	0,1609	0,0195	0,1313	0,0102	0,0063	-0,0016	-0,0047	0,1547	0,0768	0,1819	0,1547	0,0199	0,1347	0,0000	0,87	
0,0750	0,1131	0,0513	0,0603	0,0015	0,0009	-0,0002	-0,0007	0,1122	0,1978	0,0822	0,1122	0,0513	0,0608	0,0000	0,54	
0,0530	0,0565	0,0384	0,0225	-0,0043	-0,0027	0,0007	0,0020	0,0592	0,1472	0,0284	0,0592	0,0382	0,0210	0,0000	0,35	
0,0375	0,0321	0,0259	0,0067	-0,0006	-0,0004	0,0001	0,0003	0,0325	0,0999	0,0088	0,0325	0,0259	0,0065	0,0000	0,20	
0,0265	0,0358	0,0328	0,0032	-0,0002	-0,0001	0,0000	0,0001	0,0359	0,1262	0,0042	0,0359	0,0328	0,0031	0,0000	0,09	
0,0187	0,0174	0,0167	0,0009	-0,0002	-0,0002	0,0000	0,0001	0,0175	0,0644	0,0011	0,0175	0,0167	0,0008	0,0000	0,05	
0,0133	0,0201	0,0190	0,0014	-0,0003	-0,0002	0,0000	0,0001	0,0203	0,0731	0,0018	0,0203	0,0190	0,0013	0,0000	0,07	
0,0094	0,0106	0,0098	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0106	0,0377	0,0011	0,0106	0,0098	0,0008	0,0000	0,08	
0,0066	0,0122	0,0117	0,0006	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0123	0,0451	0,0008	0,0123	0,0117	0,0006	0,0000	0,05	
0,0047	0,0062	0,0063	0,0002	-0,0003	-0,0002	0,0000	0,0001	0,0064	0,0244	0,0001	0,0064	0,0063	0,0001	0,0000	0,01	
0,0033	0,0074	0,0078	0,0002	-0,0007	-0,0004	0,0001	0,0003	0,0078	0,0301	0,0000	0,0078	0,0078	0,0000	0,0000	0,00	
0,0023	0,0040	0,0043	0,0002	-0,0006	-0,0003	0,0001	0,0003	0,0043	0,0166	0,0000	0,0043	0,0043	0,0000	0,0000	0,00	
0,0017	0,0049	0,0052	0,0003	-0,0006	-0,0004	0,0001	0,0003	0,0053	0,0198	0,0002	0,0053	0,0051	0,0001	0,0000	0,02	
0,0012	0,0025	0,0025	0,0002	-0,0002	-0,0001	0,0000	0,0001	0,0026	0,0096	0,0002	0,0026	0,0025	0,0001	0,0000	0,05	
0,0008	0,0028	0,0026	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0028	0,0101	0,0002	0,0028	0,0026	0,0002	0,0000	0,06	

Tabela 14. Reconciliação dos dados da amostra retirada ao fim de 5 minutos.

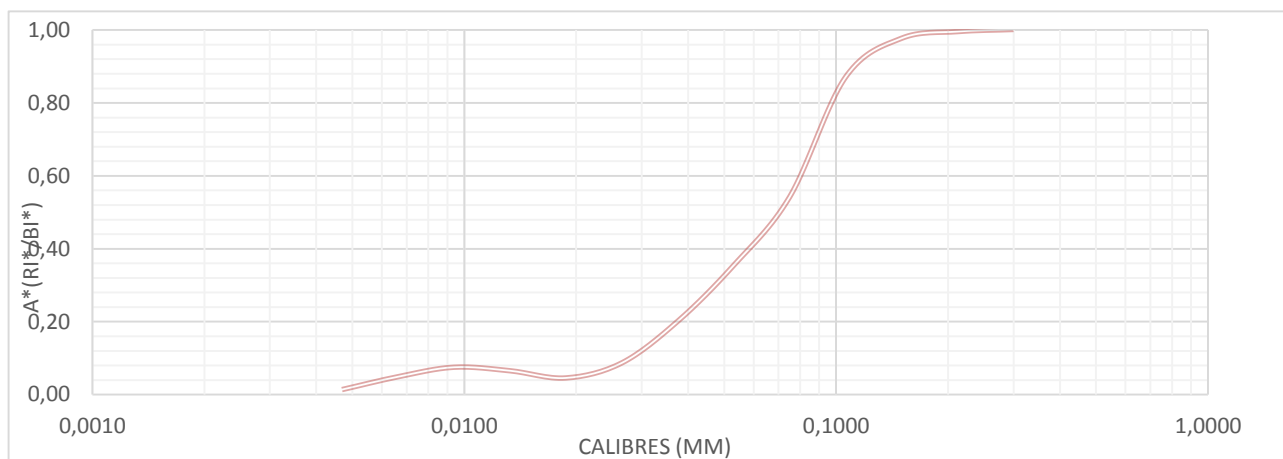


Gráfico 9. Representação gráfica da curva de partição real.

Como se pode verificar segundo Testut, o circuito ao fim de 5 minutos já se encontra em equilíbrio e a sua carga circulante é aproximadamente de 300%, recorrendo ao método de reconciliação de dados, verifica-se que a carga circulante calculada é também de aproximadamente 300%. Pode assim concluir-se, que o método de Testut e o método de reconciliação de dados são equivalentes.

VII.

Simulação do Circuito Fechado de Moagem

VII.1 ALGORITMO DE SIMULAÇÃO DO CIRCUITO FECHADO

VII.1.1 ESTRATÉGIA DE CÁLCULO

O cálculo do modelo em circuito fechado é de simples compreensão e foi escrito de forma acessível e coerente.

Esquema do modelo:

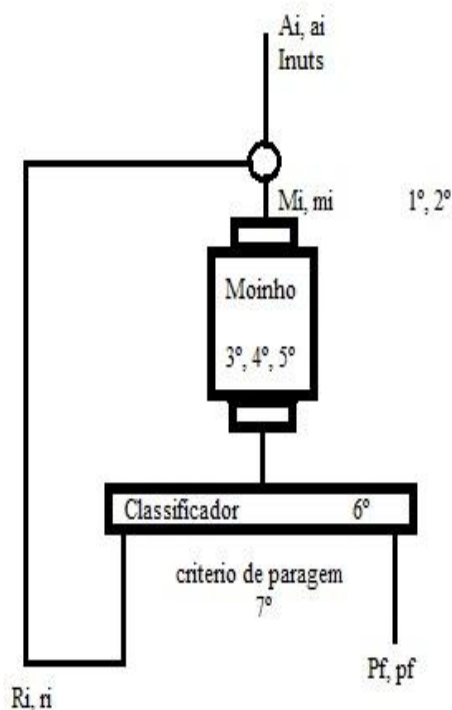


Ilustração 11. Esquema do circuito e o calculo utilizado.

Inputs:

A_i – Caudal de Alimentação

a_i – Composição granulométrica do material de Alimentação

Cálculos:

1°. Cálculo do caudal de alimentação ao moinho:

$$M = A + R$$

Equação 94.

2°. Cálculo da Composição da Mistura:

$$m_i = \frac{(A * a_i) + (R * r_i)}{M}$$

Equação 95.

3º. Cálculo do tempo de residência:

$$Tr = \frac{V_{\text{útil}}}{M_i}$$

Equação 96.

4º. Utilização da Matriz T

5º. Integração numérica das equações de moagem para o Tr calculado

6º. Classificação do produto moinho (bi) em:

Pf – Caudal do produto final

pf – Composição do produto final

Ri – Caudal do retorno

ri – Composição do retorno

7º. Critério de paragem:

Se o desvio entre o histograma anterior e o histograma atual do produto final for = a 0,0009 então o modelo pára.

Se não se verificar então o cálculo retorna ao ponto numero 1.

8º. Final do cálculo

Determinado o caudal e composição de todos os tramos do circuito.

VII.1.2 CURVAS DE PARTIÇÃO UTILIZADAS

Para a exploração e confirmação do modelo foram utilizadas três curvas de partição diferentes, com o calibres de corte a 0,2mm, 0,15mm e 0,105mm. Estas curvas foram calculadas recorrendo à equação de Lynch.

VII.1.2.1 Cálculo da curva de partição – Equação de Lynch

As curvas de partição utilizadas no decorrer deste trabalho, foram calculadas através da equação desenvolvida por Lynch e Rao. Esta curva de partição é denominada por curva de partição padrão, que independente do hidroclassificador e das condições operacionais é possível a determinação da curva padrão de partição em pequenas dimensões (laboratório) e antever os resultados em escala industrial.

$$Y = \frac{e^{m \cdot x_i} - 1}{e^{m \cdot x_i} + e^{x_i} - 2}$$

Equação 97.

Onde $x_i = \frac{d_i}{d_{50}}$; em que d_i corresponde às classes granulométricas e d_{50} à classe granulométrica respetiva ao calibre de corte. O parâmetro que ajusta a forma da curva é o parâmetro m, e quanto maior este parâmetro mais eficiente será a classificação.

Calibres (mm)	Calibre de corte (0,20mm)	Calibre de corte (0,150mm)	Calibre de corte (0,105mm)
9,5000	1,0000	1,0000	1,0000
6,7175	1,0000	1,0000	1,0000
4,7500	1,0000	1,0000	1,0000
3,3588	1,0000	1,0000	1,0000
2,3750	1,0000	1,0000	1,0000
1,6794	1,0000	1,0000	1,0000
1,1875	1,0000	1,0000	1,0000
0,8397	1,0000	1,0000	1,0000
0,5938	1,0000	1,0000	1,0000
0,4198	0,9997	1,0000	1,0000
0,2969	0,9649	1,0000	1,0000
0,2099	0,5000	0,9844	0,9994
0,1484	0,0874	0,5000	0,9572
0,1050	0,0177	0,0507	0,5000
0,0742	0,0053	0,0066	0,0996
0,0525	0,0021	0,0015	0,0225

Tabela 15. Curvas de partição de calibres de forte de 0,2mm, 0,150mm e de 0,105mm.

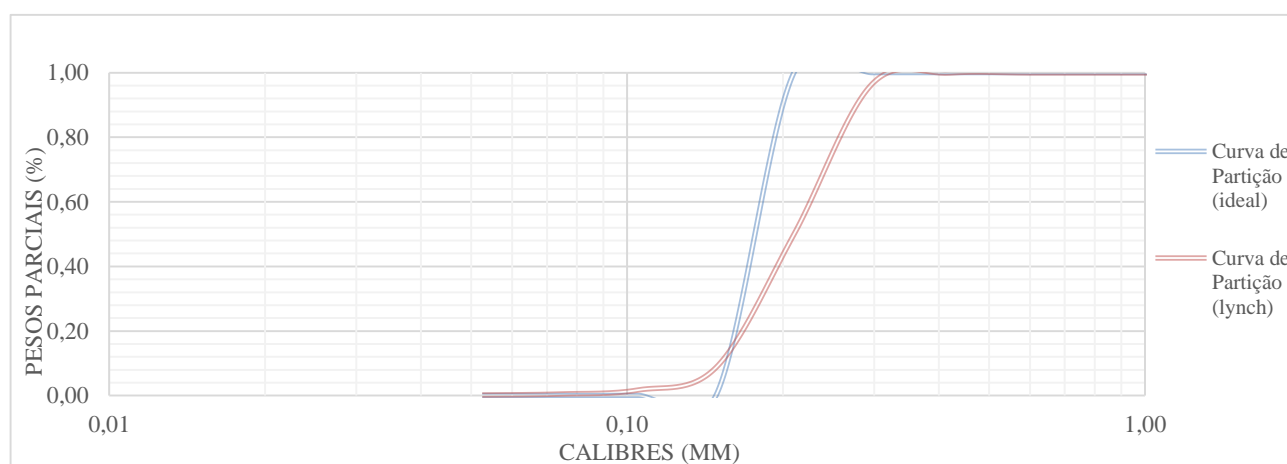


Gráfico 10. Comparação da curva de partição ideal com a curva de partição calculada pela equação de Lynch para um calibre de corte de 0,2mm.

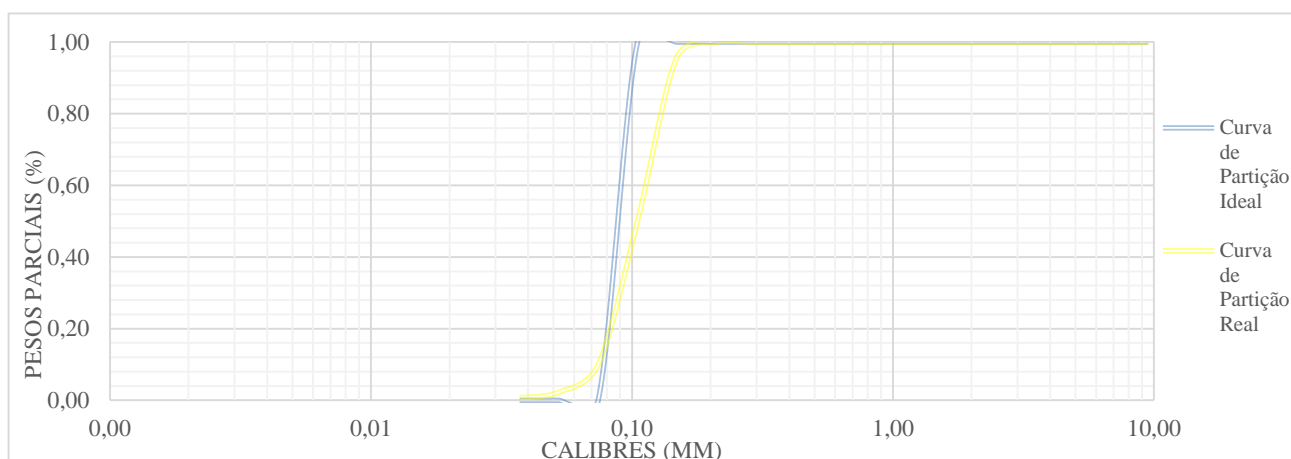


Gráfico 12. Comparação da curva de partição ideal com a curva de partição calculada pela equação de Lynch para um calibre de corte de 0,15mm.

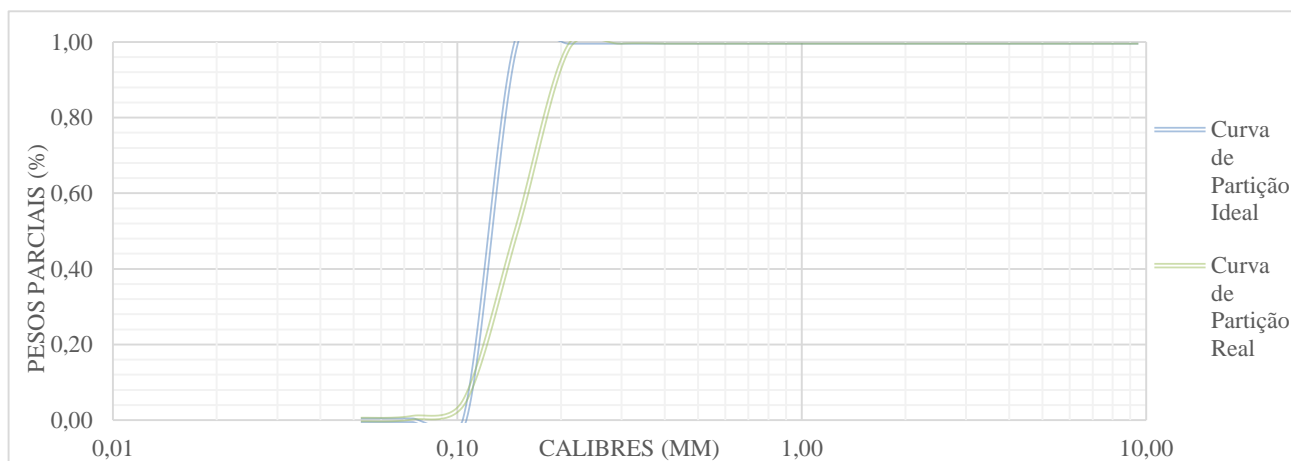


Gráfico 11. Comparação da curva de partição ideal com a curva de partição calculada pela equação de Lynch para um calibre de corte de 0,105mm.

VII.2 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA SOBRE O COMPORTAMENTO DO MODELO

A exploração do modelo, foi executada empregando o algoritmo dos produtos matriciais escritos em linguagem Matlab, com os valores dos parâmetros da cinética calculados com o auxílio do Excel.

Este estudo terá como objetivo primordial a comprovação da robustez do algoritmo da simulação da moagem em Matlab, analisando os resultados finais, como por exemplo a variação da carga circulante, o tempo de residência entre outros fatores.

Os resultados foram obtidos variando o caudal da alimentação, ou seja, partindo de uma caudal de alimentação em que o circuito se encontra em circuito aberto e a partir deste, aumentando o caudal de alimentação, tendo como referência o caudal de alimentação utilizado no ensaio experimental de 1 kg/min.

Para que a exploração fosse bem-sucedida, esta divide-se em cinco análises distintas. Inicialmente explora-se os resultados obtidos, como a carga circulante, tempo de residência, quantidade de finos⁴ e outros, para uma mesma curva de partição, com um corte a de 0,2mm. De seguida, analisa-se também os resultados adquiridos para diferentes curvas de partição, analisa-se também os resultados adquiridos variando o parâmetro Pa, e faz-se ainda uma comparação entre o produto final real com o produto final teórico.

VII.2.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS PARA UM CALIBRE DE CORTE DE 0,2 MM

Os dados analisados de seguida, são a variação da carga circulante, a quantidade de finos, tempo de residência e caudal de retorno. Todos estes dados foram obtidos utilizando um calibre de corte a 0,2mm e variando apenas o caudal de alimentação.

VII.2.1.1 Variação do Caudal de alimentação e suas consequências

Os primeiros resultados a serem analisados, serão as consequências das variações do caudal de alimentação. Assim, isto irá influenciar:

- Carga circulante;
- Quantidade de finos;
- Tempo de residência;

⁴ Material com calibre menor ao calibre de corte.

- Quantificação do caudal de retorno.

<i>Caudais</i>	CC⁵	Tr⁶
0,30000	0,0000	37,5328
0,35000	0,0001	32,1666
0,40000	0,0008	28,1269
0,45000	0,0030	24,9484
0,50000	0,0085	22,3302
0,55000	0,0199	20,0798
0,60000	0,0413	18,0291
0,65000	0,0801	16,0529
0,70000	0,1498	14,0230
0,75000	0,2785	11,7915
0,80000	0,4760	9,6122
0,85000	0,7215	7,7753
0,90000	0,9773	6,4257
0,95000	1,2941	5,2608
1,00000	1,7166	4,2226
1,10000	2,6971	2,8389
1,20000	3,8078	2,0145
1,30000	4,8243	1,5449

Tabela 16. Variação da carga circulante e tempo de residência variando o caudal de alimentação.

Na tabela nº15, está representada as variações estudadas do caudal de alimentação, assim como a resposta da carga circulante traduzindo a percentagem de material que retorna ao moinho e ainda o tempo de residência dentro do moinho.

Assim sendo, analisando a tabela verifica-se que com o aumento do caudal de alimentação, a carga circulante aumenta, e o tempo de residência diminui, ou seja, o material fica menos tempo sujeito às ações de cominuição, logo o resultado da moagem será um material com calibres maioritariamente superiores, necessitando de um nova moagem, ou seja retorna ao moinho.

⁵ Carga Circulante

⁶ Tempo de Residência

<i>Caudais</i>	CC	Finos
<i>0,30000</i>	0,0000	0,9986
<i>0,35000</i>	0,0001	0,9918
<i>0,40000</i>	0,0008	0,9719
<i>0,45000</i>	0,0030	0,9325
<i>0,50000</i>	0,0085	0,8710
<i>0,55000</i>	0,0199	0,7891
<i>0,60000</i>	0,0413	0,6900
<i>0,65000</i>	0,0801	0,5791
<i>0,70000</i>	0,1498	0,4637
<i>0,75000</i>	0,2785	0,3519
<i>0,80000</i>	0,4760	0,2574
<i>0,85000</i>	0,7215	0,1802
<i>0,90000</i>	0,9773	0,1241
<i>0,95000</i>	1,2941	0,0806
<i>1,00000</i>	1,7166	0,0484
<i>1,10000</i>	2,6971	0,0180
<i>1,20000</i>	3,8078	0,0074
<i>1,30000</i>	4,8243	0,0037

Tabela 17. Consequências da variação do caudal de alimentação na produção de material fino.

Relativamente à quantidade de finos, teoricamente estes diminuem quando existe um aumento do caudal de alimentação. Este tipo de ocorrência acontece, como resultado da variação da carga circulante, isto é, se existe um maior volume de material a alimentar o circuito, o material irá permanecer menos tempo dentro do mesmo, como referido anteriormente e portanto, estará sujeito durante menos tempo às ações de fragmentação, sendo que o resultado, será a existência de uma maior quantidade de partículas grosseiras e uma menor quantidade de partículas finas.

Como se pode verificar na tabela nº16, com aumento do caudal de alimentação e por sua vez o aumento da carga circulante, a quantidade de finos produzida pela moagem do moinho diminui.

<i>Caudais</i>	CC	QR⁷
0,3000	0,0000	0,0000
0,3500	0,0001	0,0001
0,4000	0,0008	0,0003
0,4500	0,0030	0,0014
0,5000	0,0085	0,0043
0,5500	0,0199	0,0109
0,6000	0,0413	0,0248
0,6500	0,0801	0,0520
0,7000	0,1498	0,1049
0,7500	0,2785	0,2089
0,8000	0,4760	0,3808
0,8500	0,7215	0,6133
0,9000	0,9773	0,8796
0,9500	1,2941	1,2294
1,0000	1,7166	1,7166
1,1000	2,6971	2,9668
1,2000	3,8078	4,5694
1,3000	4,8243	6,2716

Tabela 18. Variação do caudal de retorno como consequência da variação do caudal de alimentação.

Quanto ao caudal de retorno, este será inevitavelmente comparado com a carga circulante, uma vez que o caudal de retorno significa a quantidade de material a voltar ao moinho para moer novamente, e a carga circulante como referido anteriormente traduz a percentagem de material que volta ao moinho para moer novamente. Assim, como seria de esperar, o caudal de retorno aumenta com o aumento do caudal de alimentação, assim como a carga circulante, uma vez que se pode afirmar, que estão a ser designados para um mesmo tipo de material mas com uma leitura diferente.

Em resumo, se o caudal de alimentação aumentar temos como consequências:

- O aumento da carga circulante;
- Menor quantidade de finos produzidos;
- Menor tempo de residência;
- Maior caudal de retorno.

⁷ Caudal de Retorno

VII.2.1.1.1 Consequências da variação do caudal de alimentação

O estudo das consequências da variação do caudal de alimentação relativamente às diferenças apresentadas na descarga do moinho e no produto final, pretende demonstrar que estas se encontram todas paralelas num mesmo gráfico, indicando que têm todas uma distribuição semelhante, devido a todas serem aplicadas o mesmo calibre de corte, ou seja a mesma curva de partição, variando apenas o tamanho das partículas que as constituem.

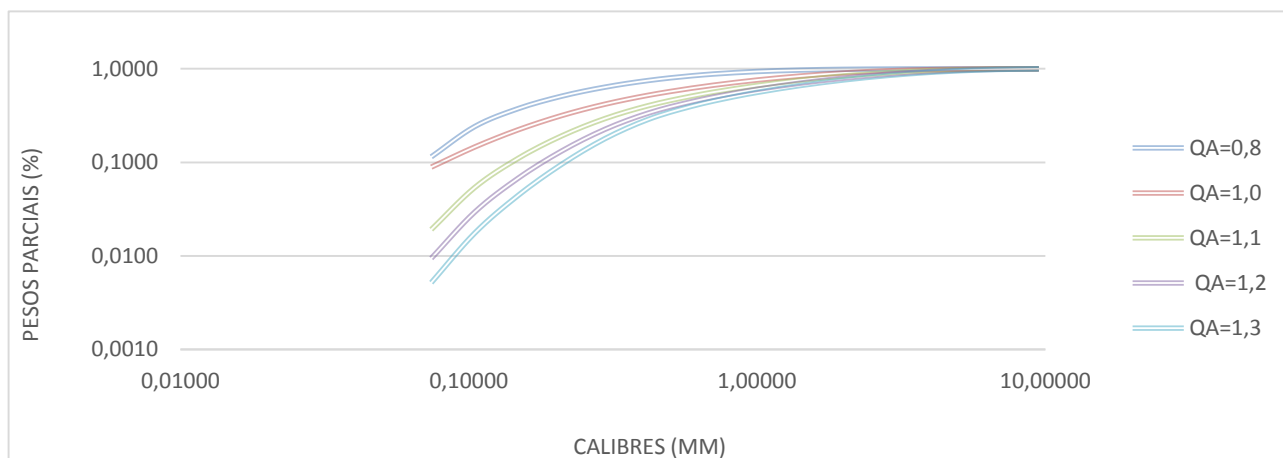


Gráfico 13. Representação gráfica das diferentes cumulantes da mistura moída resultantes da variação do caudal de alimentação.

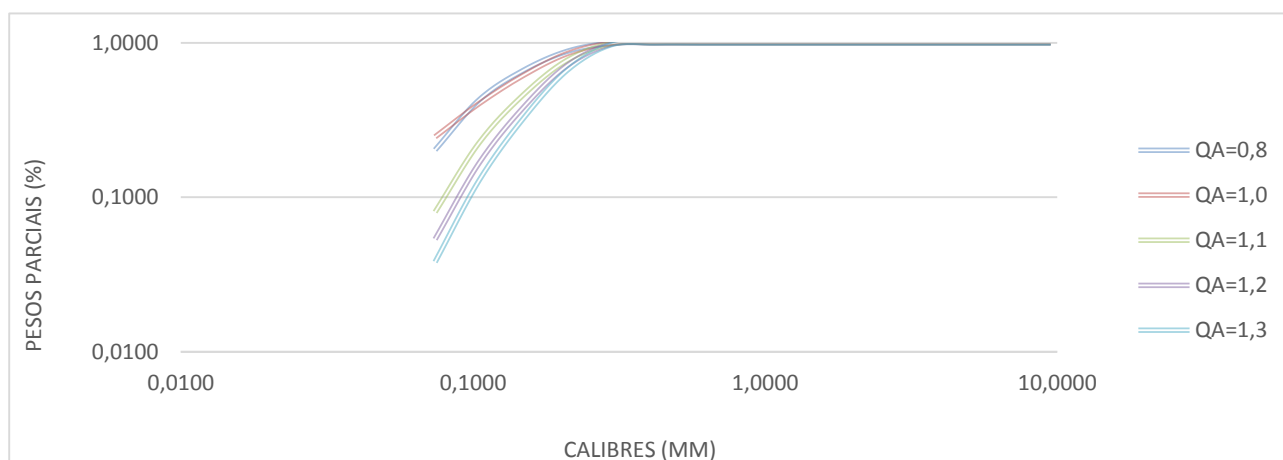


Gráfico 14. Representação gráfica das diferentes cumulantes do produto final resultantes da variação do caudal de alimentação.

Como se pode verificar com a análise dos gráficos nº13 e nº14, previamente apresentados, verificamos que se o caudal de alimentação for menor, o moinho descarrega partículas de menores dimensões, e vice versa, isto é se o caudal de alimentação ao moinho for elevado, então a descarga do moinho será caracterizada por partículas mais grosseiras. Relativamente ao produto final simulado, este terá cumulantes paralelas para diferentes caudais, indicando o grau de moagem apresentado, ou seja, apesar do estudo ter sido realizado para a mesma curva de partição, o produto final resultante de um caudal de alimentação menor, apresentará um produto mais fino.

VII.2.1.2 Influência do retorno na alimentação ao moinho

Analizando a influência que o caudal de retorno tem na alimentação ao moinho, isto é, a nossa alimentação fresca é constante no entanto o caudal de retorno aumenta até que o circuito se encontra em equilíbrio, isto irá afetar no modo de funcionamento do moinho e nos produtos obtidos após a moagem.

Para que o estudo seja eficaz e de boa compreensão, irá analisar-se os dados das diferentes cumulantes, obtidas para um mesmo caudal de alimentação, assim poderá observar-se a mudança que existe no caudal de alimentação.

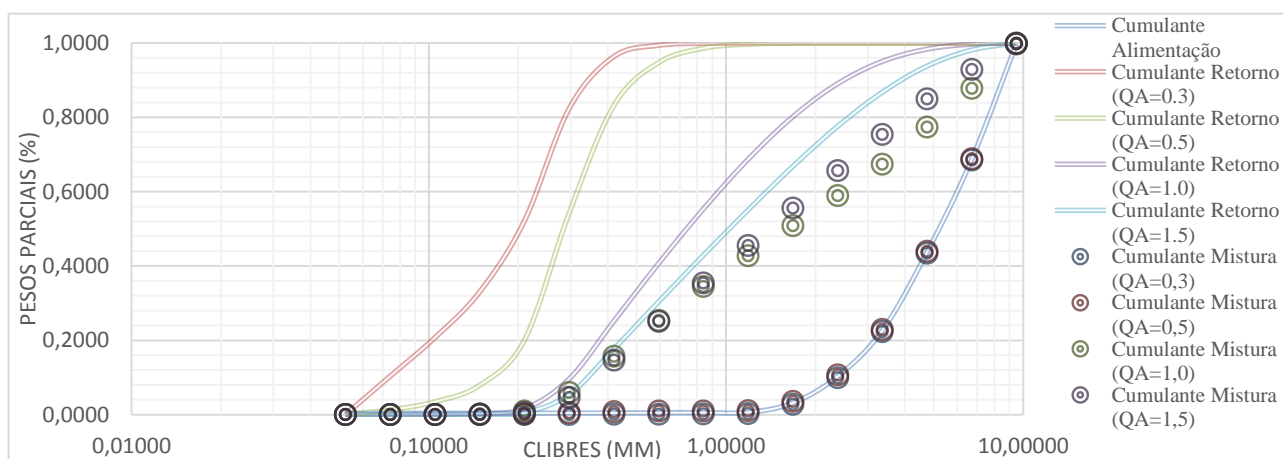


Gráfico 15. Representação gráfica da influencia do caudal de retorno na alimentação ao moinho.

Como se pode verificar, no gráfico nº15, este representa as cumulantes de retorno e as cumulantes da mistura (Alimentação + Retorno) assim como a cumulante da alimentação. Assim, verifica-se que quando o circuito se encontra em equilíbrio, as cumulantes do retorno aproximam-se das cumulantes da mistura, o que significa, que após um determinado tempo decorrido e o circuito entra em equilíbrio, a alimentação fresca do circuito não terá qualquer tipo de influência na alimentação ao moinho, visto esta alimentação ser uma mistura da alimentação fresca com o retorno do circuito.

Podemos concluir, que se a alimentação fresca sofrer qualquer tipo de contratempo e não for fornecida com a mesma intensidade durante um curto período de tempo, o circuito poderá continuar a operar, sem que haja qualquer interferência com o processo de cominuição.

VII.2.2 INFLUENCIA DA VARIAÇÃO DA CARGA MOENTE, PA

A influencia da variação da carga moente pode ser estudada se, aumentarmos ou diminuirmos o parâmetro Pa. O que significa acrescentar ou retirar respetivamente o número de bolas que se encontram dentro do moinho e como consequência alterar a intensidade da moagem, ficando estas mais ou menos enérgica.

Como o parâmetro P_a tem o valor de limite máximo de 1, e o cálculo do ajuste da cinética do moinho nos apresenta esse mesmo valor, este corresponde ao número máximo de bolas que foram introduzidas no moinho para a realização do ensaio experimental (n° de bolas=170).

Para se proceder a esta análise, diminuimos o valor do parâmetro P_a , reduzindo teoricamente o número de bolas introduzidas no moinho. Os resultados, foram adquiridos para o parâmetro P_a de 1.0, 0.9, 0.8 e 0.7 e um caudal de 1kg/min, correspondente ao caudal de alimentação do circuito no ensaio experimental.

VII.2.2.1 Caudal de alimentação de 1,0kg

Diminuir sucessivamente este parâmetro mantendo o mesmo caudal de 1kg/min, é de esperar que a carga circulante aumente, uma vez que estamos perante uma moagem menos intensa e agressiva, no caso do tempo de residência este diminui, pois existe um caudal de retorno a aumentar e portanto mais material a retornar ao moinho, logo quanto maior a quantidade de material dentro do moinho menor será o tempo de moagem do mesmo. E como consequência a quantidade de finos diminui, visto se tratar de uma moagem de menor vigor e de o material estar menos tempos submetido as ações de cominuição, como foi referido anteriormente.

P_a	CC	tr	Finos
1	1,7166	4,2226	0,0484
0,9	2,8023	3,0397	0,0163
0,8	4,3210	2,1919	0,0051
0,7	6,0438	1,6701	0,0019

Tabela 19. Resultados da carga circulante (CC), tempo de residência (Tr), e quantidade de finos, mantendo o mesmo caudal de alimentação ao circuito fechado e variando o parâmetro P_a .

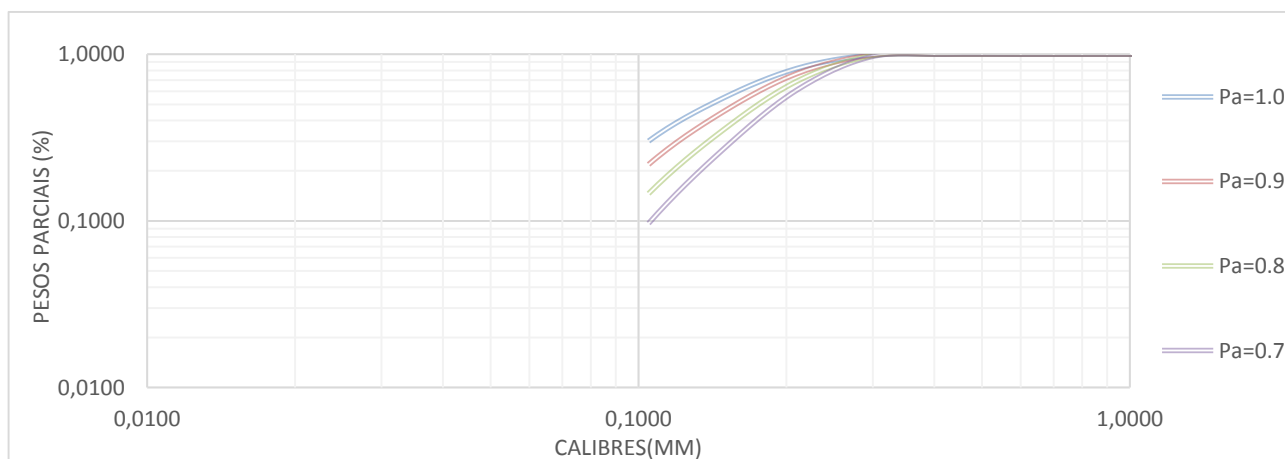


Gráfico 16. Cumulantes do produto final para diferentes valores de P_a e caudal de 1,0kg.

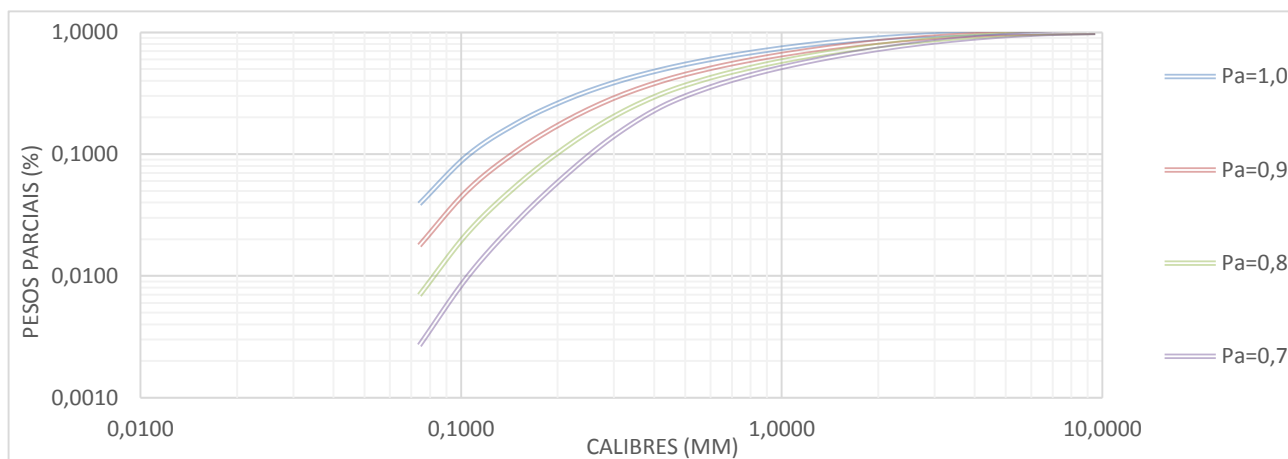


Gráfico 17. Cumulantes da mistura moída para diferentes valores de Pa e caudal de 1,0kg.

Examinando a tabela nº18, verificamos que diminuindo o valor do parâmetro Pa, a carga circulante aumenta devido à capacidade de moagem reduzir, conforme foi referido previamente. Como consequência do aumento da carga circulante, o tempo de residência diminui pois havendo mais material a entrar no moinho este passa menos tempo dentro do mesmo, logo à uma menor produção de finos.

Analisando os gráficos nº16 e nº17, verificamos que as curvas de partição são idênticas e sobreponíveis entre si. Para além desta semelhança, verifica-se que para um parâmetro Pa menor, as curvas granulométricas apresentam partículas e calibres mais graúdos, e o contrário também é verdade, para um valor de Pa mais elevado, as curvas granulométricas apresentam calibres mais finos.

VII.2.3 ANÁLISE PARA DIFERENTES CALIBRES DE CORTE

O próximo passo do estudo de experimentação numérica sobre o algoritmo de moagem é a análise dos resultados obtidos para diferentes curvas de partição.

VII.2.3.1 Comparação das diferentes cargas circulantes

Caudais	Carga Circulante (CP=0,200mm)	Carga Circulante (CP=0,150mm)	Carga Circulante (CP=0,105mm)
0,3000	0,0001	0,0003	0,0010
0,3500	0,0006	0,0015	0,0049
0,4000	0,0024	0,0055	0,0155
0,4500	0,0067	0,0149	0,0380
0,5000	0,0155	0,0331	0,0860
0,5500	0,0307	0,0686	0,1800
0,6000	0,0578	0,1247	0,3234
0,6500	0,0982	0,2287	0,5674
0,7000	0,1555	0,3950	0,8739
0,7500	0,2554	0,5769	1,1339
0,8000	0,3989	0,8427	1,3930
0,8500	0,5467	1,0651	1,6483
0,9000	0,7659	1,2886	1,8964
0,9500	0,9507	1,5106	2,1348
1,0000	1,1383	1,9168	2,3617
1,1000	1,6644	2,4057	3,1519
1,2000	2,0874	2,8571	3,1436
1,3000	2,4887	3,2649	3,4625
1,4000	2,2774	3,6290	3,7398
1,5000	3,2019	3,9523	3,9808

Tabela 20. Comparação das diferentes cargas circulantes para diferentes caudais de alimentação e calibres de corte.

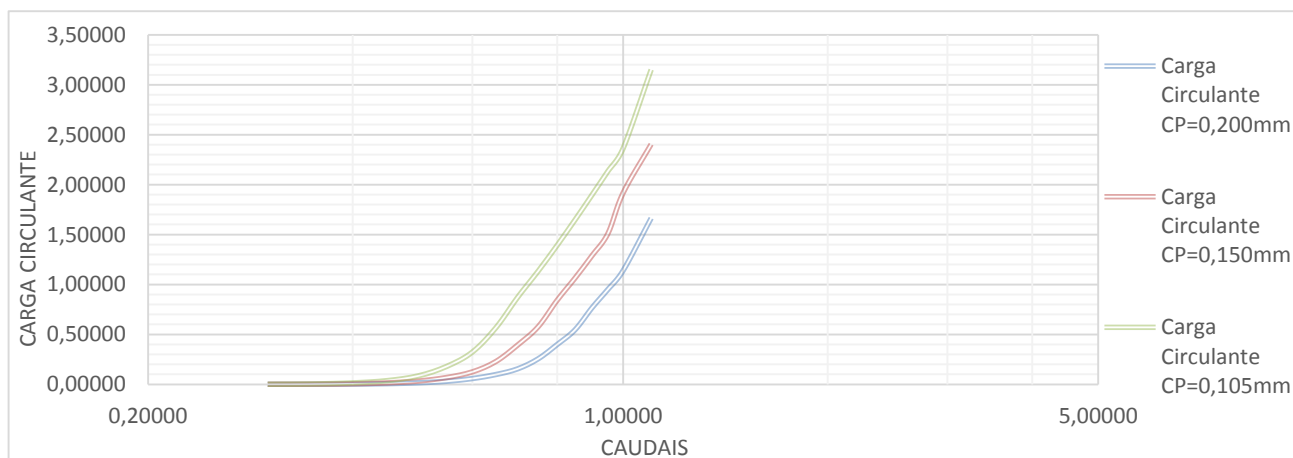


Gráfico 18. Comparação das diferentes carga circulantes para diferentes caudais de alimentação e calibres de corte.

Comparando as diferentes cargas circulantes, pode afirmar-se que para um calibre de corte menor, a carga circulante correspondente é maior, uma vez que a quantidade de material com o calibre pretendido é menor, o que obriga ao material de maiores dimensões a retornar ao moinho para voltar a ser fragmentado.

Assim podemos concluir, que para um calibre de corte menor será inevitável uma carga circulante maior quando comparado com um calibre de corte maior, uma vez que a exigência pretendida para o tamanho do material de produto final é maior.

VII.2.3.2 Comparação da quantidade de finos

<i>Caudais</i>	Finos - 0,200mm	Finos - 0,150mm	Finos - 0,105mm
0,3000	0,9916	0,9916	0,9916
0,3500	0,9710	0,9709	0,9704
0,4000	0,9316	0,9307	0,9278
0,4000	0,8723	0,8689	0,8605
0,5000	0,7960	0,7881	0,7599
0,5500	0,7085	0,6855	0,6310
0,6000	0,6091	0,5783	0,5054
0,6500	0,5125	0,4596	0,3817
0,7000	0,4225	0,3506	0,2827
0,7500	0,3300	0,2715	0,2179
0,8000	0,250351	0,1959	0,1688
0,8500	0,1935	0,1481	0,1318
0,9000	0,1383	0,1124	0,1039
0,9500	0,1038	0,0859	0,0829
1,0000	0,0781	0,0577	0,0669
1,1000	0,0391	0,0345	0,0377
1,2000	0,0227	0,0217	0,0317
1,3000	0,0138	0,0144	0,0230
1,4000	0,0088	0,0099	0,0172
1,5000	0,0059	0,0072	0,0132

Tabela 21. Comparação da quantidade de finos para diferentes calibres de corte.

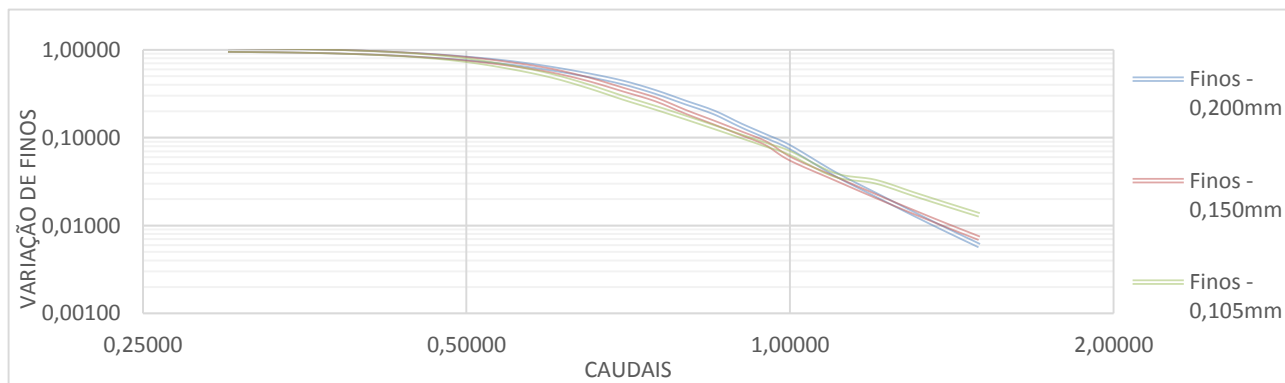


Gráfico 19. Representação gráfica da quantidade de finos variando o calibre de corte.

Segundo Gaudin, a mesma substancia quando submetida a diferentes graus de fragmentação exhibe as suas curvas granulométricas praticamente sobreponíveis.

Assim ao analisarmos a tabela nº20 e o gráfico nº17, verificamos que o material foi crivado a diferentes calibres de corte, ou seja, o material foi separado a diferentes tamanhos, apresentando as curvas granulométricas sobreponíveis, como foi referido anteriormente. Podemos afirmar, se um calibre de corte se encontra a 0,2mm, a quantidade de finos será maior, quando comparado com um calibre de corte que se encontra a 0,15mm, isto porque a quantidade de material que se encontra ao calibre final desejado é maior

VII.2.3.3 Comparação do produto final para diferentes calibres de corte cargas circulantes semelhantes

<i>CC</i>	4,5865		4,5794	
<i>QA⁸</i>	1,258		1,115	
<i>Calibre de corte</i>	0,2 mm		0, 15 mm	
<i>Calibres (mm)</i>	Histograma	Cumulante	Histograma	Cumulante
9,5000	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
6,7200	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
4,7500	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
3,3600	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
2,3800	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
1,6800	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
1,1900	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
0,8400	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
0,5900	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
0,4200	0,0002	0,9998	0,0000	1,0000
0,3000	0,0256	0,9742	0,0000	1,0000
0,2100	0,2882	0,6860	0,0107	0,9893
0,1500	0,3296	0,3564	0,2784	0,7109
0,1000	0,1930	0,1634	0,3393	0,3716
0,0700	0,0934	0,0700	0,1984	0,1733
0,0500	0,0405	0,0295	0,0977	0,0756
<i>Infra</i>	0,0295	0,0000	0,0756	0,0000
Σ	1,0000	Σ	1,0000	Σ

Tabela 22. Histogramas e Cumulantes para diferentes calibres de corte e cargas circulantes semelhantes.

⁸ Caudal de alimentação

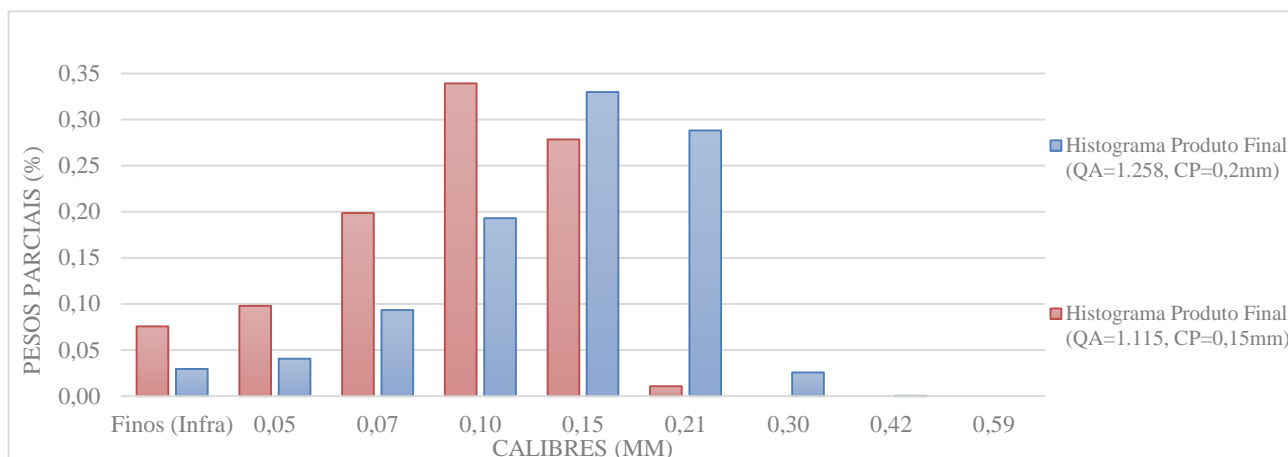


Gráfico 21. Comparação dos diferentes histogramas do produto final para diferentes curvas de partição.

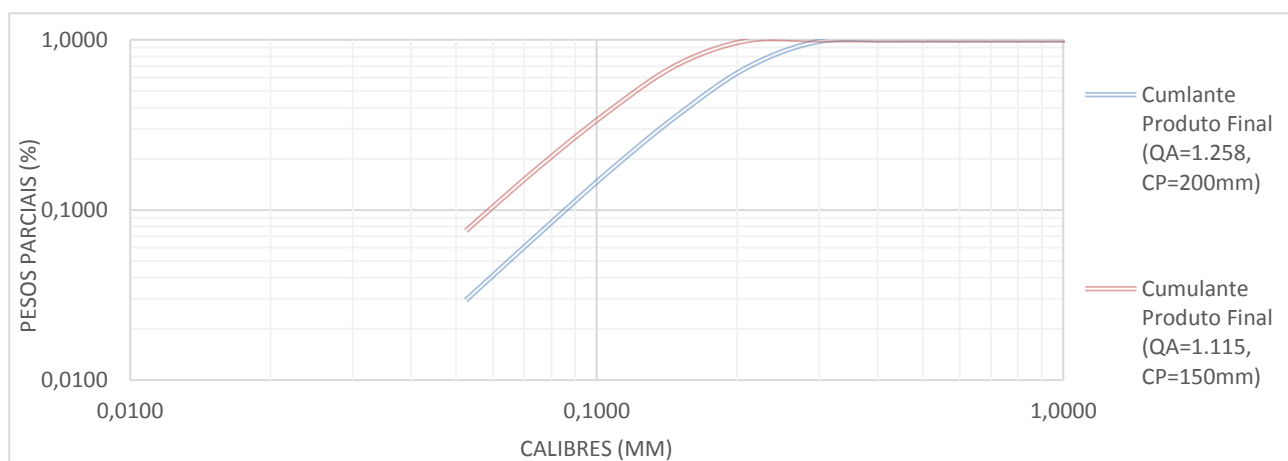


Gráfico 20. Comparação das diferentes cumulantes do produto final para diferentes curvas de partição.

Para se construir a tabela nº21, foi necessário, correr diversas vezes o simulador de moagem com o intuito de se obter uma carga circulante semelhante, para diferentes calibres de corte, variando o caudal de alimentação. Este estudo foi realizado com o objetivo de se comprovar que os produtos finais alcançados satisfaziam às leis de Gaudin.

Como se pode verificar no gráfico nº 21, são aplicadas as Leis de Gaudin, uma vez que, quando o mesmo material é submetido a diferentes graus de fragmentação, neste caso diferentes calibres de corte, as suas curvas granulométricas são praticamente sobreponíveis.

Conclui-se portanto, para uma carga circulante constante para diferentes calibres de corte, os produtos finais resultantes são transladados.

VII.3 APRECIACÃO DA ADERÊNCIA DO MODELO AOS DADOS EXPERIMENTAIS

Para se comprovar a aderência do modelo, comparou-se o descarga do moinho, retorno e produto final obtido no ensaio laboratorial e a descarga do moinho, retorno e produto final teórico obtido com a ajuda do simulador de moagem.

Esta comparação foi realizada utilizando uma nova curva de partição, a 0,074mm, curva de partição real, uma vez que os dados laboratoriais indicavam um calibre de corte a 0,074mm de aproximadamente 50% do material (tabela nº14) e uma alimentação de 1kg/min, para que são as condições de moagem do simulador fossem análogas ao ensaio experimental realizado no decorrer deste trabalho.

Assim sendo, os produtos comparados são:

- A descarga do moinho correspondente à recolha das amostras no ensaio laboratorial ao fim de cinco minutos;
- A descarga do moinho calculado através do simulador da moagem;
- O retorno experimental correspondente ao underflow, da colheita feita ao fim de cinco minutos de ensaio;
- O produto do retorno calculado com o auxílio do simulador de moagem;
- O produto final laboratorial correspondente ao overflow recolhido ao fim de cinco minutos do início da descarga do moinho;
- Produto final calculado através do algoritmo de simulação.

VII.3.1 COMPARAÇÃO DO PRODUTO FINAL EXPERIMENTAL VS PRODUTO FINAL SIMULADO

Os produtos anteriormente designados, descarga do moinho, retorno e produto final simulados são comparados com os produtos obtidos durante o ensaio experimental, descarga do moinho, retorno e produto final experimentais.

Assim sendo, estes resultados são obtido a partir de:

- Dos parâmetros cinéticos calculados pela folha de cálculo do Excel;
- Composição granulométrica da alimentação ao moinho;
- Caudal de alimentação de 1kg/min;
- Curva partição real, com um calibre de corte de 0,074mm.

Calibres (mm)	Alimentação			Curva de Partição Real	Parâmetros	
	Peso (g)	Histograma	Cumulante			
9,5000	3,7000	0,0024	0,9976	1,0000	Pa	1,0000
6,7175	472,1000	0,3122	0,6853	1,0000	Pk	0,9230
4,7500	379,6000	0,2510	0,4343	1,0000	m1	6,0441
3,3588	319,6000	0,2114	0,2230	1,0000	m2	6,8123
2,3750	187,2700	0,1238	0,0991	1,0000		
1,6794	108,0100	0,0714	0,0277	1,0000		
1,1875	38,2000	0,0253	0,0024	1,0000		
0,8397	1,1800	0,0008	0,0016	1,0000		
0,5938	0,6300	0,0004	0,0012	1,0000		
0,4198	0,6200	0,0004	0,0008	1,0000		
0,2969	0,5000	0,0003	0,0005	1,0017		
0,2099	0,5200	0,0003	0,0001	0,9959		
0,1484	0,2000	0,0001	0,0000	0,9775		
0,1050	0,0000	0,0000	0,0000	0,8712		
0,0742	0,0000	0,0000	0,0000	0,5424		
0,0525	0,0000	0,0000	0,0000	0,3448		
Infra	0,0000	0,0000				
Σ	1512,1300	1,0000				

Tabela 23. Dados utilizados para o calculo do Produto final Simulado para comparação com o Produto Final Experimental.

VII.3.1.1 Resultados do ajuste do produto final experimental e produto final simulado

Calibres (mm)	Produto Final Experimental			Produto Final Simulado		
	Histograma	Cumulante	Carga Circulante	Histograma	Cumulante	Carga Circulante
9,5000	0,0000	1,0000	2,32	0,0000	1,00000	3,1021
6,7175	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
4,7500	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
3,3588	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
2,3750	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
1,6794	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
1,1875	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
0,8397	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
0,5938	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
0,4198	0,0000	1,0000		0,0000	1,00000	
0,2969	0,0005	0,9995		-0,0018	1,00183	
0,2099	0,0016	0,9979		0,0045	0,99734	
0,1484	0,0137	0,9842		0,0247	0,97260	
0,1050	0,0751	0,9091		0,1355	0,83708	
0,0742	0,1976	0,7115		0,4007	0,43639	
Infra	0,7115			0,4364		
	1,0000			1,0000		

Tabela 24. Produto Final Experimental VS Produto Final Simulado.

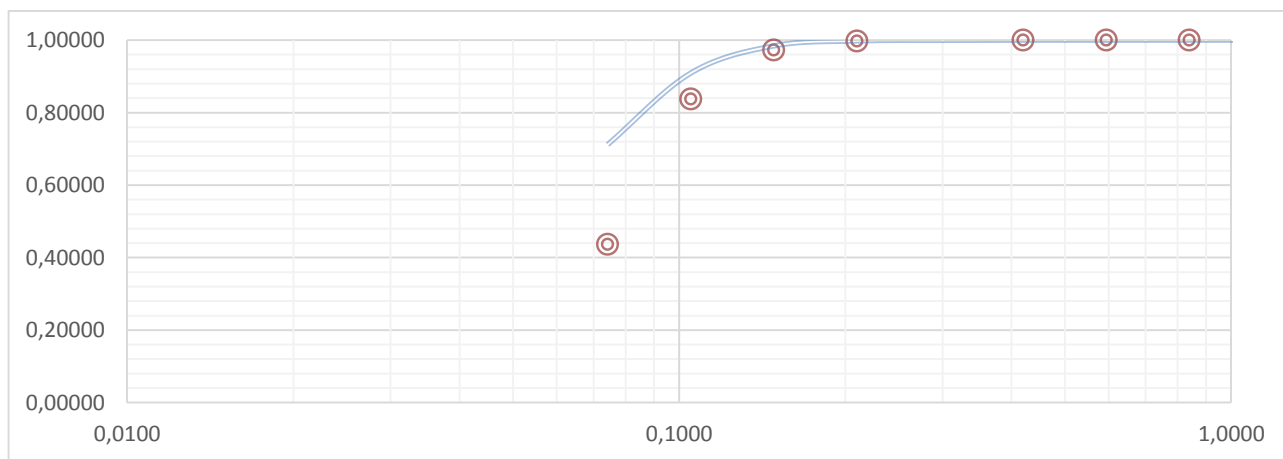


Gráfico 22. Comparação do produto final experimental VS o produto final simulado.

Como se pode averiguar, ao analisar as tabela nº23, o produto final simulado e a carga circulante não são semelhantes ao produto final real, e examinando o gráfico nº22, que representa graficamente os produtos finais experimental e simulado, verifica-se que os produtos são idênticos até certo momento. Para que o ajuste fosse bem sucedido, seria necessário utilizar outra curva de partição.

Conclui-se portanto, que o ajuste não foi o esperado e isso pode ter-se devido ao facto de se ter utilizado um moinho de descarga baixa.

VIII.

**Considerações finais e
Trabalhos Futuros**

Com a realização dos dois ensaios experimentais, primeiro em circuito aberto e o segundo em circuito fechado, foi possível executar o ajuste dos parâmetros cinéticos que caracterizam o moinho, testar o algoritmo de simulação de moagem assim como a sua confirmação.

Foi portanto, imprescindível um planeamento do estudo, sendo este:

- Determinação do caudal da alimentação ao circuito;
- Determinação da carga moente;
- Determinação do regime permanente em circuito aberto;
- Determinação do volume útil do moinho;
- Determinação do tempo de residência médio;
- Análise dos resultados obtidos em circuito aberto;
- Ajuste do modelo;
- Análise do comportamento do algoritmo de moagem em circuito fechado;
- Aderência do produto final simulado com o produto final experimental;

Relativamente à determinação do caudal de alimentação ao circuito, como foi referido no decorrer deste trabalho, foi necessário repetir o procedimento até que a velocidade da tela transportadora e a abertura da boca do silo estivessem ajustadas de maneira a ter-se um caudal de alimentação ao circuito igual a 1kg/min, bem fixado e controlado.

Para a determinação da carga moente, foi fundamental a medição do moinho utilizado assim como as medidas dos corpos moente (bolas grandes e bolas pequenas), para posterior tratamento no software, googleSchetup. Este tratamento, levou-nos a um desenho esquemático (em escala real) do moinho dividido em dez seções e com uma combinação possível dos corpos moente que perfaz um total de 170 bolas, introduzidas no moinho.

Após este dois pontos ultrapassados, foi realizado um ensaio experimental em circuito aberto, para determinar, o volume útil e o tempo de residência.

Relativamente, ao regime permanente, verifica-se que este está próximo de ser atingido, uma vez que o gráfico nº3 da página nº39, apresenta o início de um patamar ~~a ser atingido~~, e ainda os dados obtidos no circuito aberto, exibem composições granulométricas semelhantes o que indica que o moinho está a descarregar material muito semelhante.

O tempo de residência é então calculado como a razão entre o volume útil moinho (em unidades mássicas) pelo caudal de alimentação ao circuito, logo é de fácil obtenção, uma vez os dados necessários já foram previamente obtidos sendo o tempo de residência médio igual a 11,26min.

O ajuste do modelo é feito a partir dos dados conquistados no ensaio experimental em circuito aberto através do software excel utilizando a função solver. Verificou-se que, partindo de diferentes combinações iniciais de parâmetros atingimentos diferentes resultados de parâmetros cinéticos, o que nos indica que estamos perante uma instabilidade do ajuste.

Analisando os dados recolhido através do simulado de moagem em circuito fechado, para várias corridas, variando o caudal de alimentação ao circuito, curva de partição e a quantidade da carga moente (número de bolas), verifica-se que o simulador criado, responde de acordo com a realidade. Isto é, aumentando o caudal de alimentação, este vai fazer com que aumente a carga circulante, diminua o tempo de residência, diminua a quantidade de finos produzidos e aumente o caudal de retorno.

Por último, a comparação do produto final simulado com o produto final real, não foi o esperado, pois as duas curvas granulométricas não se ajustam como deveriam. Este resultado, poderá dever-se à instabilidade do ajuste efetuado com os dados adquiridos em circuito aberto.

VIII.1 PERSPECTIVAS FUTURAS

No decorrer desta dissertação, verificou-se que este tipo de trabalho é muito mais ambicioso do que poderia inicialmente aparentar. Poderá então, intensificar-se a pesquisa e laboração em trabalhos futuros, ou seja, poderíamos ampliar os objetivos propostos, entre eles teríamos:

- Implementação do algoritmo de simulação de moagem numa estação de tratamento industrial.

A implementação deste programa de simulação numa estação de tratamento industrial, será um trabalho ambicioso. Esta implementação deverá ser planeada e coordenada com um dia de paragem da estação de tratamento, uma vez que é necessário a medição de caudal de alimentação, volume de moinho, número de bolas e principalmente o esvaziamento do equipamento para se obter o cálculo do volume útil do moinho.

Depois, destas questões ultrapassadas, é importante proceder-se à análise de como será a melhor maneira de recolher as amostras dos três tipos de fluxos de circuito, com um intervalo de tempo fixo e com uma duração de tempo igualmente fixa.

Com este desenvolvimento, o programa de simulação de moagem seria muito mais semelhante à realidade e com possibilidade de poder utilizar em qualquer estação de tratamento.

IX.

Referencias bibliográficas

- Beraldo, J. L. (1987). *Moagem de minérios em moinhos tubulares*. Edgard Blucher Ltda.
- Leite, M. R. (1984). Moagem não linear em moinho de barras. Feup.
- Leite, M. R. (2009). Fragmentação e classificação de rochas e minérios. Feup.
- Leite, M. R. (2010). *Diagramas de Processos*. Feup.
- Metso. (2005). *Conceitos Básicos em Processamento de Minerais*. Metso minerals.
- Testut, R. J. (1958). *La Préparation des Minerais (première partie)*.
- Wills, B. A. (2006). *Will's Mineral Processing Technology*. Tim Napier-Munn.

X.

Anexos

ANEXO 1 – SUB-ROTINA, CIRCUITO FECHADO

```

%% Programa de Moagem
n=16; %Número de malhas
QR=sqrt(2); %Razão entre as malhas
mi=9.50; %Malha inicial da Alimentação
mf=300e-3; %Malha inicial do Produto Final

%Cálculo das Malhas iniciais
Mi=[];
Mi(1)=mi;
for i=2:n
    Mi(i)=Mi(i-1)/QR;
end
Mi=Mi';
%Cálculo das Malhas Finais
Mf=[];
Mf(1)=mf;
for i=2:n
    Mf(i)=Mf(i-1)/QR;
end
Mf=Mf';

%% Confirmação das dimensões
colunas=size(Mi);
colunas=colunas(1);
lotes=size(Mi);
lotes=lotes(1);

%% calculo do Histograma da Alimentação
Mci=sum(Ai); %Somatório dos calibres iniciais
for i=1:lotes
    ai(i)=Ai(i)./Mci; %Cálculo do histograma dos calibres iniciais
end
ai=ai';

%% Cálculo da Matriz SI - Para se calcular a matriz SI teremos primeiro que
calcular a matriz KI
%Cálculo matriz KI
mki=[];
v=1;
v(1)=G(1);
for i=2:lotes
    v(i)=v(i-1)*G(2);
end
mki=v';
%Construção da matriz KI - foi necessário criar uma matriz ki vazia de seguida
retirou-se os valores de mki calculados previamente. posteriormente colocou-
se esses mesmos valores na diagonal da matriz KI
ki=zeros(lotes);
diagonal=diag(ki);
diagonal=mki;
for i=1:1:lotes
    ki(i,i)=mki(i);
end

```

```

ki;
%% Calcular a matriz Bij - Para se poder calcular a matriz Bji teremos
primeiro que calcular a matriz Harris
%Cálculo da matriz HARRIS
mh=[];
for i=1:colunas
    for j=1:colunas
        if j==i
            INF(i,j)=1;
        else
            if j>i
                INF(i,j)=0;
            else
                INF(i,j)=1-((1-((Mi(i)/Mi(j))^G(3)))^G(4));
            end
        end
    end
end
mh=INF;
% Cálculo da Matriz Bij
mbij=[];
bij=[];
for i=2:colunas
    bij=mh(i-1,:)-mh(i,:);
    mbij(i,:)=bij;
end
mbij(1,:)=0;
mbij;
mbij=tril(mbij,-1);
kii=diag(ki);

%% Cálculo analítico - Integração Analítica
QP=0; % CAUDAL DO PRODUTO FINAL - Guess inicial(contador) para o caudal do
Produto Final
QR=0; % CAUDAL DO RETORNO - Guess inicial (contador) para o caudal de retorno
ri=zeros(16,1); % Criação de um vetor correspondente ao vetor de retorno
bi=zeros(16,1); % Criação de um vetor correspondente ao vetor do produto de
mistura após moagem
%C=0; %criação de um vetor com objetivo de guardar o ultimo histograma de
mistura após moagem (bi) para comparação do histograma seguinte, ou seja,
realizar a diferença entre os mesmos
iterl=0; % Contagem do n° iterações
T=1; % Guess inicial do critério de paragem
while T>0.000009 % Critério de paragem do circuito fechado, o programa para
quando o Caudal do Produto Final é maior que o Caudal da Alimentação com um
erro de 0.01.
    C=bi; % Igualar o ultimo histograma à variável C, ou seja, corresponde
ao histograma anterior
    iterl=iterl+1; % Contagem do número de voltas que o circuito necessita
para que o circuito fique estabilizado.
    fi=(A.*ai+QR.*ri)./(A+QR); % Alimentação do moinho - Corresponde ao nó
de mistura, isto é a soma do Caudal e Histograma de Alimentação fresca com o
Caudal e Histograma de Retorno, originando o Histograma de entrada no moinho
    n=length(fi);
    Qm=A+QR; % Caudal médio que entra no moinho, Caudal de alimentação fresca
+ Caudal de Retorno

```

```

tr=Vutil/Qm; % Tempo de Residência,

%% Cálculo da Matriz P
mp=[];
for j=1:lotos
    for i=1:lotos
        if i==j
            mp(i,j)=1;
        else
            if i<j
                mp(i,j)=0;
            else
                p0=0;
                for l=j:i-1
                    p0=p0+kii(l)*mbij(i,l)*mp(l,j);
                mp(i,j)=p0/(kii(i)-kii(j));
            end
        end
    end
end
mp;

%% Cálculo da Matriz Q
mq=[];
for j=1:lotos
    for i=1:lotos
        if i==j
            mq(i,j)=1;
        else
            if i<j
                mq(i,j)=0;
            else
                q0=0;
                for l=j:i-1
                    q0=q0-(mp(i,l)*mq(l,j));
                mq(i,j)=q0;
            end
        end
    end
end
mq;

%% Cálculo da Matriz E
me=[];
for i=1:lotos
    for j=1:lotos
        if i==j
            me(i,j)=exp(-ki(i,j)*tr);
        else
            me(i,j)=0;
        end
    end
end
me;

```

```

    %Integração analítica - Produto entre as 3 matrizes calculadas
    anteriormente
    mpeq=mp*me*mq;

    % Calculo dos Histogramas e caudais dos diferentes ramos do circuito
    bi=mpeq*fi; % Calculo do Histograma do produto de Mistura após moagem,
    multiplica-se o produto das matrizes pelo histograma de entrada no moinho
    Supra=cp.*bi; % Calculo da Percentagem de material que retorna ao moinho
    - Multiplica-se o Produto de saída do moinho pela Curva de
    Partição(Percentagem de material que retorna ao moinho)
    Infra=(1-cp).*bi; % Calculo da Percentagem de material que sai do
    circuito- Multiplica-se o Produto de saída do moinho pela Curva de Partição
    menos 1(Percentagem de material que se encontra cominuído ao calibre
    pretendido)
    S=sum(Supra);
    I=sum(Infra);
    Rp=S; % Rendimento Ponderal
    QR=Qm*S; % Caudal do Retorno
    ri=Supra./S; % Histograma do Material de retorno
    QP=Qm*(1-S); % Caudal do Produto Final
    pi=Infra./(1-Rp); % Histograma do Produto Final
    CC=QR/A;

    %% Calculo para o critério de paragem
    B=bi; % Igualar o Histograma atual à variável B
    N=(B-C).^2;
    T=sum(N);
    %% Resultados a Sair
    Histogramas=[ai fi Bi ri Pi];
    Caudais=[A Qm QR QP];
    X=[Caudais CC tr Finos iter1];
end

```